### 複屈折を利用したひねり干渉計に関する研究

2233069 沼倉 一 主任指導教員:宮本 洋子 指導教員:清水 亮介

## 1. 背景

ひねり干渉計は、入力ビームとその複製に、互い に直交する方向に位置のずれと伝搬方向のずれを導 入し、位相差を π で重ね合わせることで出力ビーム を形成する. 従来のひねり干渉計は鏡を用いて、こ れらのずれを導入していた[1]. しかし、入力が高次 のモードになるにつれて, 安定した出力ビームの形 成が難しいという問題があった. そこで、位置のず れの導入に複屈折を利用すること、導入した位置の ずれの一部を円筒面レンズを用いて伝搬方向のずれ に変換することでより安定したビーム形成を実現で きる複屈折ひねり干渉計が提案された[2]. 本研究の 目的は、高次の入力ビームに対して安定した出力ビ ームを形成する複屈折ひねり干渉計の作製の前段階 として、 複屈折を用いた干渉計の出力の数値シミュ レーションに加え、選定した位相差フィルムによっ て入力の偏光成分間に導入される位置のずれを推定 することである.

## 2. 原理

複屈折ひねり干渉計は以下の仕組みで出力ビーム を形成する.

- I. 垂直入射からθ傾けて設置した複屈折素子は、入 射する45°の直線偏光の水平偏光成分と垂直偏光 成分の間に位置のずれを導入して、2本のビームに 分ける。
- Ⅱ. 光軸を中心にχ回転して設置した円筒面レンズは、 偏光成分間の位置のずれの一部を伝搬方向のずれ に変換する.
- Ⅲ. ずれを導入した2本のビームを位相差πで重ね合わせることで、出力ビームは形成される.

円筒面レンズを適切な角度で設置することで,方位角 方向と動径方向のモード指数が増減したビーム,ある いはそれらの重ね合わせに相当する出力ビームを形 成できる[3].



図 1: 複屈折ひねり干渉計.  $P_1$ ,  $P_2$ : 偏光板, QWP: 4 分の 1 波長板, 複屈折素子は円筒面レンズの間に設置されている.

入力ビームに導入する位置と伝搬方向のずれは以下 で表される.  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  は位置のずれであり  $k_x$ ,  $k_y$  は伝搬 方向のずれである.

$$\Delta x = \Delta r \sin \chi \cos \chi, \qquad \Delta y = \Delta r \sin^2 \chi$$
$$k_x = k \frac{\Delta r}{f} \sin \chi \cos \chi, \qquad k_y = -k \frac{\Delta r}{f} \cos^2 \chi \qquad (1)$$

ここで、 $\Delta r$  は複屈折による位置のずれ、k は波数、f は円筒面レンズの焦点距離、 $\chi$  は円筒面レンズの設置 角度である.

#### 3. 数値シミュレーション

干渉計の効果を検証するため、数値シミュレーションを行った. 位置のずれのみを導入した場合の干渉計の数値シミュレーションでは、入力のビームをガウスビームとして偏光成分間にy方向の位置のずれを導入して位相差 $\pi$ で重ね合わせることで出力の計算を行った. 複屈折ひねり干渉計の出力については、入力をガウスビームと仮定し、適切な円筒面レンズの設置角度を計算した. 波長 632.8nm、円筒面レンズの焦点距離 1000mm、ビーム径 1mm、複屈折による位置のずれ 1 $\mu$ m の条件では、レンズの設置角度

ビームをガウスビームまたはラゲールガウスビーム (LG ビーム)として入力に位置のずれと伝搬方向のず れを導入して位相差をπとしてシミュレーションを 行った.

## 3.1 位置のずれのみを導入した場合の干渉計出力

入力をガウスビームとして偏光成分間にy方向の位置 のずれを導入して位相差πで重ね合わせたときの出 力は以下のように計算される.

$$E_{out1} = \frac{A_0}{2} \exp\left[-\frac{x^2 + (y - \Delta r)^2}{\omega_0^2}\right] + \frac{A_0}{2} \exp\left[-\frac{x^2 + (y + \Delta r)^2}{\omega_0^2} + i\pi\right]$$
$$\cong \left[\left(\frac{A_0 \Delta r}{\omega_0^2}\right) \exp\left(-\frac{\Delta r^2}{\omega_0^2}\right)\right] 2y \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{\omega_0^2}\right] \tag{2}$$

ここで,  $A_0$  は偏光成分ごとに分離する前のガウスビー ムの振幅の最大値,  $\omega_0$  はビームウエストでの半径,  $\Delta r$ は複屈折によって導入された位置のずれである. ここ で,  $A_0 = 1$ ,  $\omega_0 = 1$  mm,  $\Delta r = 1.00 \times 10^{-3}$  mm とした ときの出力の強度分布と位相分布は図2となる. 出力 はエルミートガウシアンビーム(HG ビーム)に相当し, 出力の強度は導入する位置のずれが大きくなるにつ れて, 位置のずれの大きさの2 乗に比例して大きくな る.



図 2:入力のガウスビームに位置のずれのみを導入した場合の出力の分 布, (a):強度分布, (b):位相分布

## 3.2 複屈折ひねり干渉計の出力

入力をガウスビームとして出力の各偏光成分の複 素振幅に式(1)で与えられる 4 つのずれを符号を相互 に反転させて導入し,相対的な位相差をπとしたとき の複屈折ひねり干渉計の出力は以下となる.

$$E_{out2} = \sqrt{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\{(x - \Delta x)^2 + (y - \Delta y)^2\}}{w^2} + i(k_x x + k_y y)\right)$$
(3)  
$$-\sqrt{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\{(x + \Delta x)^2 + (y + \Delta y)^2\}}{w^2} - i(k_x x + k_y y)\right)$$

図3は入力がガウスビームとした場合であり、図4は 入力が方位角モード指数m = 2,動径モード指数p = 2の LG ビームとした場合の出力である.

入力がガウスビームの場合,条件(A)と条件(B)では 出力となる LG ビーム ( $m = \pm 1, p = 0$ )の方位角モー ド指数の符号が反転しているため,位相分布の反転が 見られる.また,図4の対称軸は円筒面レンズの設置 角度から予想されるように,水平方向と鉛直方向から 回転している.



図 3:入力をガウスビームとしたときのシミュレーションの出力. (a), (b):強度分布, (c), (d):位相分布, (a), (c):条件(A)での出力, (b), (d):条件(B)での出力.



図 4:入力を LG ビーム (m = p = 2) としたときのシミュレーション の出力. (a), (b):強度分布, (c), (d):位相分布, (a), (c):条件 (A)での出力, (b), (d):条件(B)での出力.

入力をLGビーム (m = p = 2) とした場合の出力は, 解析的な 1 次の近似式では条件(A)は m = 1, p = 2 と m = 3, p = 2のLGビームの重ね合わせ,条件(B)は m = 1, p = 3 と m = 3, p = 1の重ね合わせになる. 複 屈折ひねり干渉計で導入される位置と伝搬方向のず れの方向を考慮して,解析的な 1 次の近似式から予 想される出力を計算した結果を図 5 に示す.



図 5:入力を LG ビーム (*m* = *p* = 2) としたときの解析的な 1 次の近似 式から予想される出力.(a),(b):強度分布,(c),(d):位相分布,(a), (c):条件(A)での出力,(b),(d):条件(B)での出力.

このとき、シミュレーションの出力と予想される出力 の忠実度 (Fidelity) を計算した. Fidelity は以下の式で 表され、その最大値は1である.

$$F = \left| \frac{\int E_{\text{des}}(x, y) E_{\text{f}}^*(x, y) dx dy}{\sqrt{\int |E_{\text{des}}(x, y)|^2 dx dy \times \int |E_{\text{f}}(x, y)|^2 dx dy}} \right|^2$$
(4)

ここで,  $E_{des}(x, y)$  は予想される出力の複素振幅であり  $E_f(x, y)$  はシミュレーションの出力の複素振幅である. 条件(A) と条件(B) のいずれの結果においても. Fidelity の値は 1.00 となり,よく一致していると評価 する.

# 3.3 円筒面レンズの設置角度の許容範囲

複屈折ひねり干渉計の作成に向けて円筒面レンズ の設置角度の許容範囲を評価するために,円筒面レン ズの設置角度を理想的な角度から回転させてシミュ レーションの出力を計算した.その後,入力のモード 指数ごとに,計算したシミュレーション結果と最適な 角度を想定した解析的な1次の近似式から予想される 結果のFidelityを求めた.円筒面レンズの設置角度を 条件(A)とした場合を図6に示す.

図6からは、入力のモード指数と円筒面レンズの許容範囲の関係が読み取れる. p = 0の場合、方位角モード指数が増加するほど、同じ設置角度でのFidelityの値は大きくなる. m = 0の場合、入力の動径モード指数が増加しても、円筒面レンズの設置角度ごとのFidelityの値には変化がない. m > 0の場合、入力の動

径モード指数が増加すると、Fidelity の値は小さくなる. m < 0の場合、入力の動径モード指数が増加すると、Fidelity の値は大きくなる.

円筒面レンズの設置角度を条件(B)とした場合,入 力のモード指数と Fidelityの関係はm = 0では同様の 関係となり,他のモード指数では条件(A)と逆の関係 となった.



図 6:条件(A)での円筒面レンズの設置角度ごとのシミュレーション結 果と最適な角度を想定した解析的な 1 次の近似式から予想される結果 との Fidelity. (a); p = 0, (b): m = 0, (c): m = 2, (d): m = -2.

## 4. 複屈折素子の特性測定

実験に適当な偏光成分間の位置のずれを実現でき る複屈折材料の選定と特性測定を行った.実験で使用 する複屈折素子は位相差フィルムであり、2枚のガラ ス板に挟まれた状態で偏光子ホルダーにマウントし て使用する.

導入する位置のずれごとに干渉計の出力シミュレ ーションを行った.出力の強度分布の外形を円形に保 っためにビーム径の1/2.5 未満の位置のずれを導入で きること,出力の強度を大きくするために可能な限り 大きな位置のずれを導入できることという条件で選 定を行った.選定の結果,設置する傾きの角度56°で 直交する偏光成分間の位置のずれ 0.90 μmを実現でき る位相差フィルムを選定した.

選定した位相差フィルムの光学軸が水平あるいは 鉛直方向となる偏光子ホルダーの角度を求めるため に以下の手順で実験を行った.

- 福光板の透過軸の角度を0°にし、xy軸ステージ にマウントした位相差フィルムを偏光ビームス プリッター(PBS)と偏光板(P)の間に設置した.
- II. 位相差フィルムには位置によって偏光特性のば らつきがあったため、回転時に光の入射位置が変 化しないように以下のように調整した. xy 軸ス テージを用いて 0.1 mm単位で位置を変化させ,回 転角度に対する透過光のパワーが極大となるホ ルダーの角度 (80°,170°,260°,350°) での測定値 がほぼ一定となるようにした. その後,位相差フ ィルムのホルダーの角度を 0°~360° まで 5° ずつ 回転させながらパワーメータを用いて透過光の パワーを測定した.
- III. 測定したパワーに対して MATLAB を用いてフィ ッティングを行った.フィッティング関数は $y = a + b \sin(4\pi/180 * x + c)$ とし,重み付けのため の不確かさは測定値の平方根とした.

位相差フィルムのホルダーの角度ごとのパワーのフ ィッティング結果は $y = 131.87 - 132.03 \sin(4\pi/180 * x - 0.7765)$ となった.ホルダーの回転角度の精 度を考慮して進相軸が水平方向あるいは鉛直方向と なるホルダーの角度を求めると、 $33.6 \pm 0.5^{\circ}$ または  $123.6 \pm 0.5^{\circ}$ と求められた.



## 5. HG ビームの強度分布の撮影

複屈折ひねり干渉計の作成に向けて,入力ビームと その複製に導入する位置のずれの測定を行う. 偏光成 分間に位置のずれのみを導入する場合,出力の強度分 布は以下の式(5)で表される.

$$I_{out} = I_0 + \left[ \left( \frac{A_0 \Delta r}{\omega_0^2} \right)^2 \exp\left( -\frac{2\Delta r^2}{\omega_0^2} \right) \right] 4y^2 \exp\left[ -\frac{2(x^2 + y^2)}{\omega_0^2} \right]$$
(5)

ここで, *A*<sub>0</sub> は入力の複素振幅の最大値, Δ*r* は導入する 複屈折による位置のずれである.このとき,出力は HG ビームに相当する.出力の強度は導入する位置のずれ の大きさの2乗に比例して増加することを利用して入 力の強度分布および出力の強度分布から,導入された 位置のずれを推定する.

図9の光学系を用いて、入力の偏光成分間に位置の ずれを導入して HG ビームを生成した.実験方法は以 下の手順で行った.

- BS3 の後に ND フィルターのみを設置した場合 の強度分布を CCD カメラを用いて撮影した.
- II. 偏光板1の透過軸を45°,四分の一波長板の進相

軸の角度を 45°,偏光板 2 の透過軸を135° として 設置し,光が透過しないことを確認した.

- III. 偏光板 1 と四分の一波長板の間に, xy 軸ステージと θ 軸ステージを組み合わせて傾きの調整を可能にした位相差フィルムを設置した. このとき, θ 軸ステージの回転軸を位相差フィルムの光学軸 A とした.
- IV. 位相差フィルムの傾きを 0°~6° まで調節しなが ら,出力の偏光成分間の位相差がπとなるように 偏光板 2 のホルダーの角度のみを回転させる.適 切な偏光板の透過軸の角度となるとき,強度分布 は HG ビームとなり, CCD カメラを用いてこの 時の強度分布を撮影した.撮影の基準は,暗線が 観察できることと強度分布の対称性とした.



図9:HGビームの強度分布測定に使用した光学系

撮影した出力の強度分布には、HGビームの特徴で ある暗線が観察でき、位置のずれが導入されている が、数値シミュレーションのような水平方向に暗線 を持つ分布とはならなかった.原因は、ビームが入 射する位置での素子の光学軸が水平方向でないため と考える.撮影した出力の強度分布ごとに合計強度 を求め、横軸を位相フィルムの傾き、縦軸を合計強 度として図 11 を作成した.モデル関数を 2 次関数と してフィッティングを行った結果は、 $y = 3.53 \times$  $10^6 + 3.62 \times 10^4 x^2$ となった.フィッティング結果か ら傾きが増加するにつれて合計強度も増加している ことから、導入した複屈折による位置のずれも増加 していると考える.



図 10:実験で撮影した強度分布.(a):入力の強度分布(ND フィルタ -1%を2枚,70%を1枚使用した.),(b):位相差フィルムの傾き6° での出力の強度分布.



図 11: 位相差フィルムの傾きごとの出力の合計強度

入力の強度分布に対して 2 次元ガウス関数を用い てフィッティングし、入力のビーム径を求めた.フィ ッティングの結果、x方向のビーム径  $\omega_x$  が 968.6 ± 0.2µm, y方向のビーム径  $\omega_y$  が 942.6 ± 0.2µmと求め られた.

強度の合計と最大強度に一次関数の関係があると して,強度の合計の代わりに最大強度を用いることで 位置のずれの測定を行う.ここで,最大強度と強度の 合計の関係を図 12 に示す.図 12 から,傾き 3°の結 果を除き一次関数の関係があることを確認した.

式(5)から出力の最大強度は、位置のずれ Δr<sup>2</sup>の項

までを考慮すると以下のように近似でき,位置のずれ は式(7)を用いて計算できる.

$$I_{outM} \cong I_{0M} + \frac{A_0^2}{e} \left(\frac{2\Delta r^2}{\omega_0^2}\right) \tag{6}$$

$$\Delta r \simeq \omega_0 \sqrt{\frac{e}{2} \frac{I_{outM} - I_{0M}}{A_0^2}} \tag{7}$$

このとき,入力の最大強度 IinM に対して ND フィルタ ーによる減衰を考慮して  $A_0^2 = 1.43 \times 10^4 \times I_{inM}$ ,  $\omega_0$ はx,y軸方向のビーム径の平均値とする.図13に示 すように横軸を位相差フィルムの傾き, y軸方向を最 大強度の値として、モデル関数  $y = a + bx^2$  を用いて フィッティングを行い, 傾き 0°のときの最大強度 Iom を推定した.フィッティングの結果は y = 92.1+ 0.606x<sup>2</sup> と求められた. このとき,最大強度と強度の 合計に 1 次式の関係が見られなかった傾き 3°の結果 を除いた.フィッティング結果と式(7)を用いて位相差 フィルムの傾きに対する位置のずれの大きさを求め, 図 14 を作成した. 選定時に推定した維持のずれに比 べ,7.2 倍の位置のずれと求められ,推定値との差が 見られた. この原因としては, 強度分布の撮影条件と 位置のずれが導入されている位置のずれの計算に使 用した式は位相差フィルムの傾きと導入される位置 のずれに比例関係があるとしている点が考えられる. 今後の展望としては、位相差フィルムの傾きを大きく した場合について強度分布を撮影して位置のずれの 推定を行い, 位置のずれの計算式が適当であるかを評 価する.

# 6. まとめ

複屈折ひねり干渉計の出力の数値シミュレーショ ンを行い,干渉計の効果の確認,使用する円筒面レン ズの設置角度の許容範囲を評価した.実験に適当な位 相差フィルムの選定と特性測定を行い,光学軸の角度 を推定した.光学軸を回転軸として位相差フィルムを 傾け,入力と出力の HG ビームの最大強度から導入さ れた位置のずれの推定を試みたが,予想よりも大きい 値となった.原因は強度分布の撮影条件と位置のずれ の計算式と考えられ,今後は傾きを大きくした場合の 強度分布をもとに計算式の改善を目指す.



図 14:位相差フィルムの傾きに対する偏光成分間の位置のずれ

### 参考文献

- Naik, D. N. and Viswanathan, N. K., "Generation of singular optical beams from fundamental Gaussian beam using Sagnac interferometer," Journal of Optics 18, 095601 (2016).
- [2] Miyamoto, Y., C. T. Samlan, Gautam, S., Naik, D. N., and Viswanathan, N. K., "Spatial mode transformation in a modified interferometer," Joint Symposia on Optics, Optics and Photonics Japan 2019, 2pCJ2 (2019).
- [3] Miyamoto, Y., C. T. Samlan, Gautam, S., Naik, D. N., and Viswanathan, N. K., "Correction to spatial mode transformation in a modified interferometer," Optical Manipulation and Structured Materials Conference 2020, Proc. SPIE Vol. 11522, 115220A (2020).