# 量子メモリからの高効率な単一光子の読み出しに向けた 非対称光共振器の特性評価

丹治研究室 足立遼太郎

1 序論

1.1 量子通信と単一光子発生の高効率化

近年、原理的に盗聴されることのない暗号通信 である量子鍵配送(QKD)[1]が注目されている。現 在、最長で約 1000 km QKD ネットワークが実現 している[2]が、これを地球規模に拡張するために は光ファイバによる光子の伝送効率が距離に対し て指数関数的に低下することが問題となる。そこ で、延伸の手段の一つとして、量子リピータ(量子 中継器)[3,4]が提案されている。そして、量子リピ ータにおける中継のレートを向上させるためには、 量子もつれ状態を保存するための量子メモリを用 いることが有効であると考えられている[5]。

そこで我々は光共振器中の<sup>87</sup>Rb 原子集団のΛ型 三準位系を用いた量子メモリからの高効率な単一 光子の発生を目指している。本研究では、単一光子 を単一空間モードに高効率に放出させるための非 対称光共振器の作製と光共振器に使用するミラー の特性評価を行った。

## 1.2 量子メモリからの光子の読み出し効率

原子が光共振器中にあるとき、光がミラー間を 何度も往復することにより光子と原子の間で相互 作用が増強される。本研究では、この効果と、原子 の集団励起による空間モードとの結合の増強を併 用する。光子が光共振器中の原子集団量子メモリ から単一空間モードに放出される確率Ptotは、原子 から共振器モードへの単一光子の放出確率Pspと共 振器モードから外部の単一空間モードへの放出確 率Pssによって、

$$P_{tot} = P_{sp} \times P_{ss} \quad (1)$$

と表される。ここで $P_{sp}$ は単一原子協働パラメータ  $\eta$ と共振器内にトラップされた原子数Nにより、

$$P_{sp} = \frac{N\eta}{1+N\eta} \quad (2)$$

と表される。単一原子協働パラメータηは共振器中 の原子と光子の相互作用の強さの指標であり、式 (3)のように表される。

$$\eta = \frac{24\mathcal{F}}{\pi k^2 w_0^2}$$
 (3)

ただし、 $\mathcal{F}$ は共振器のフィネス、kは波数、 $w_0$ は光 共振器のモードウェイストである。従って、 $P_{sp}$ を 1 に近づけるためには $N\eta$ を大きくすればよい。一 方で、 $P_{ss}$ は図 1 で表されるように二枚のミラーの 透過率 $T_1$ 、 $T_2$ とミラー損失 $L_1$ 、 $L_2$ により、

$$P_{ss} = \frac{T_1}{T_1 + T_2 + \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2} \approx 1 - \frac{T_2 + \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2}{T_1} \quad (4)$$
と表される。



2 非対称光共振器の設計と構築

### 2.1 Fabry-Perot 共振器

Fabry-Perot 共振器は二枚の平面反射鏡をある 間隔で向かい合わせたものであり、特定の周波数 の電磁波が共振する性質を持つ。ここでは、図2の ような振幅透過率 $t_1$ 、振幅損失率 $l_1$ 、振幅反射率 $r_1$ のミラー $M_1$ とそれぞれ $t_2$ 、 $l_2$ 、 $r_2$ のミラー $M_2$ をLの 間隔で向かい合わせた非対称な Fabry-Perot 共振



図 2. Fabry-Perot 共振器

器について考える。共振器に入射する光の電場振幅を $E_0$ としたとき、ミラー $M_1$ を透過し、ミラー $M_2$ に到達する直前の電場振幅は $E_0t_1 \exp(-ikL)$ と表 わされる。その後、ミラー $M_2$ およびミラー $M_1$ での 反射を繰り返し、最終的にミラー $M_2$ を透過し共振 器の外で観測される透過光の電場振幅 $E_t$ は、

$$E_t = \frac{E_0 t_1 t_2 (1 - l_1) (1 - l_2) \exp(-ikL)}{1 - t_1 t_2 (1 - l_1) (1 - l_2) \exp(-2ikL)}$$
(5)

と表される。一方で、反射光の電場振幅 $E_r$ はミラー $M_1$ でそのまま反射した入射光の電場振幅と共振器内部からミラー $M_1$ を透過して出てくる光の電場振幅の足し合わせであるので、

$$\times \left\{ -r_1 + t_1^{2} r_2 \frac{E_r = E_0 r_1 (1 - l_1)}{1 - r_1 r_2 (1 - l_1) (1 - l_2) \exp(-2ikL)} \right\}$$
(6)

と表される。共振器長Lを一定にしてレーザーの周 波数vを変化させると、

$$\nu = n \frac{c}{2L} \quad (7)$$

のときに共振し、透過光のピークが生じる。ある次数の透過光とほかの次数の透過光が明確に区別できる周波数範囲はLv/cの変化が1/2未満となる範囲である。この周波数範囲を $v_{FSR}$  (Free spectral range : FSR)といい、

$$v_{FSR} = \frac{c}{2L} \quad (8)$$

と表される。

また、Fabry-Perot 共振器のフィネスは、 $\nu_{FSR}$ と 共振器線幅 $\Delta \nu_{cavity}$ を用いて、

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_{FSR}}{\Delta \nu_{cavity}} \quad (9)$$

と定義される。共振器のフィネスは二枚のミラーの振幅反射率 $r_1, r_2$ によって決定され、式(10)で表される。

$$\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \quad (10)$$

パワー反射率R、パワー透過率T、パワー損失率Lを それぞれ、 $R = r^2, T = -t^2, 1 - L = (1 - l)^2$ と定義 すると、

 $R + T + \mathcal{L} = 1$  (11) が成り立つ。これを用いて、式(10)を書き直すと、

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{1-\mathcal{L}-T}}{\mathcal{L}+T} \quad (12)$$

となる。

## 2.2 非対称光共振器の設計

非対称光共振器を設計するにあたって、まずミ ラーの透過率を決定した。光共振器のパワー透過 率*T<sub>tot</sub>およびパワー反射率R<sub>tot</sub>は、* 

$$T_{tot} = \frac{T_1 T_2}{\left(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \frac{T_1 + T_2}{2}\right)^2} \cong \frac{4T_2}{T_1} \quad (13)$$
$$1 - R_{tot} = 1 - \frac{\left(T_1 - T_2 + \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2\right)^2}{\left(T_1 + T_2 + \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2\right)^2} \quad (14)$$

とそれぞれ表される。光共振器に対するレーザー 光のアライメントや光共振器モード内の原子の状 態を観測するためには光共振器の透過光を用いる ため、*T<sub>tot</sub>*はできる限り高いことが望ましい。また、 共振器の共振周波数を入射光の周波数に対して安 定化させるために、Pound-Drever-Hall (PDH)法 を用いる予定であるため、式(14)で表される共振 器の共鳴における反射ディップの深さ1-*R<sub>tot</sub>*も 大きいことが望ましい。

散乱ロスには鏡面の研磨や誘電体多層膜の成膜 における技術的な下限が存在する。そこで $L_1 = L_2 = 10$  ppmと仮定し、これと同程度となるよう  $T_2 = 10$  ppmと設定すると、 $T_1$ に対して $P_{ss}$ 、 $T_{tot}$ およ  $UR_{tot}$ は図3のようなふるまいを示す。本研究では、  $P_{ss}$ をできる限り大きくしつつ、数%程度のパワー 透過率を確保するために $T_1 = 1000$  ppmとした。こ れらのパラメータを用いると、 $P_{ss}$ 、 $T_{tot}$ および $R_{tot}$ は以下のように求められる。



次に、共振器長について考える。本研究で用いる  $\Lambda$ 型三準位系は<sup>87</sup>Rb の5<sup>2</sup>S<sub>1/2</sub>(F = 1,2)および 5<sup>2</sup> $P_{1/2}(F' = 1)$ から成る。そのため、二本の D<sub>1</sub>線[6] に共鳴する二つの縦モードの定在波の腹が共振器 の中心付近で重なるように共振器長を決める必要 がある。この条件を満たすためには二つの遷移周 波数の差が $v_{FSR}$ の偶数倍であればよいので、 $v_{FSR}$ を、  $5^2S_{1/2}(F = 1)と5^2S_{1/2}(F = 2)の遷移周波数の半分$ (3.417 GHz)となるよう設計した。

$$v_{FSR} = \frac{c}{2L} \quad (15)$$

と表されるので、このとき、共振器長はL = 43.89 mmとなる。

続いてミラーの曲率半径Rについて考える。ビー ムウェイスト $w_0$ は式(16)のように、Rに依存する。

$$w_0^2 = \frac{\lambda L}{2\pi} \sqrt{\frac{2R}{L} - 1} \quad (16)$$

1.2 節で述べたとおり、 $P_{sp}$ を1 に近づけるために は $\eta$ を大きくする必要があり、式(3)より、そのため には $w_0$ を小さくすればよいことがわかる。しかし ながら、曲率半径を小さくしすぎてしまうと、共振 器が共中心に近づき、不安定になってしまう(図 4, 5)。







本研究では、図4と図5に赤い星印で示したパラ メータ、すなわちミラーの曲率半径 R = 25 mmを用いることと決定した。また、このときのモード ウェイスト $w_0$ と単一原子協働パラメータ $\eta$ は、  $w_0 = 45.2 \mu m$  $\eta = 0.346$ 

となる。

2.3 測定系の構築

ここまでで決定したパラメータをもとに、光共 振器を構築し、共振器ミラーの評価を行うための 測定系を作製した。光共振器中において、2.2節で 決定したモードと一致する入射モードを、ABCD 行列を用いて求めた。その結果、共振器直前のレン ズに入射する平行光のビームウェイストはw= 280µmとなった。ビームをこの空間モードに成形 するための光学素子を選定し、光学系を構築した 上でビームの空間発展を観測すると、図6、7のよ うになり、所望する空間モードが得られたことが 確認できた。そこで、図8のような測定系を構築し た。



図 8. ミラー評価の測定系

3 共振器の特性評価

3.1 ミラーの透過率および散乱ロス

まず、高フィネスミラーにおける透過率および 散乱ロスと、当該ミラーを用いて作製した光共振 器の特性との関係について説明する[8]。

本研究で使用する高フィネスミラーについては 1 ≫ *L*,*T*であるため、式(12)は

$$\mathcal{F} \cong \frac{\pi}{\ell + T} \quad (17)$$

と近似される。また、透過パワー $P_t$ 、反射パワー $P_r$ はそれぞれ $|E_t|^2$ 、 $|E_r|^2$ に比例するので、比例定数A を用いて、 $P_t = A|E_t|^2$ 、 $P_r = A|E_r|^2$ と表される。光 共振器の実質的なパワー透過率はモードマッチ係 数 $\epsilon$ を用いて、

$$\frac{P_t}{\epsilon P_{in}} = \frac{T^2 (1-\mathcal{L})^2}{1-2R(1-\mathcal{L})+R^2(1-\mathcal{L})^2}$$
(18)  
と表わされる。ただし、 $P_{in}$ は入射パワーである

ここで、1 ≫ Lとすると、式(18)は、  

$$\frac{P_t}{\epsilon P_{in}} \approx \frac{T^2}{(1-R)^2} = \frac{T^2}{(\mathcal{L}+T)^2} = T^2 \left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \quad (19)$$
と近似される。一方、実質的なパワー反射率は、  

$$\frac{P_r - (1-\epsilon)P_{in}}{\epsilon P_{in}}$$

$$= (1-\mathcal{L}) \left\{ R - 2RT \frac{(1-\mathcal{L})}{1-R(1-\mathcal{L})} + RT^2 \frac{(1-\mathcal{L})}{1-2R(1-\mathcal{L}) + R^2(1-\mathcal{L})^2} \right\} \quad (20)$$

と表わされる。これに式(19)と同様の近似を用い ると、

$$\frac{P_r - (1 - \epsilon)P_{in}}{\epsilon P_{in}} \approx R - 2RT \frac{1}{1 - R} + T^2 R \frac{1}{1 - 2R + R^2}$$
$$= \mathcal{L}^2 \left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \quad (21)$$

となる。式(19)および(21)からモードマッチ係数*ϵ* を消去すると、

$$\frac{P_t}{P_r - P_{in}} = \frac{T^2 \left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^2}{\mathcal{L}^2 \left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 - 1} \quad (22)$$

となる。従って、式(17)および(22)より、ミラーの 透過率Tおよび散乱ロスLは、 $P_{in}$ 、 $P_t$ 、 $P_r$ 、およびFを用いて

$$T = \frac{2\left(\frac{P_t}{P_r - P_{in}}\right)}{\left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)\left(\frac{P_t}{P_r - P_{in}} - 1\right)} \quad (23)$$
$$\mathcal{L} = \frac{1 + \frac{P_t}{P_r - P_{in}}}{\left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)\left(1 - \frac{P_t}{P_r - P_{in}}\right)} \quad (24)$$

と表すことができる。

低フィネスミラーでも同様の手順で*L* ≪ *T* ≪ 1 の近似を用いて計算すると、

$$\frac{P_t}{\epsilon P_{in}} \approx T^2 (1+T) \left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \quad (25)$$
$$\frac{P_r - (1-\epsilon)P_{in}}{\epsilon P_{in}} \approx L^2 \left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \quad (26)$$

と表され、T = 1000 ppm程度においては高フィネスミラーと同様の近似式を利用できることを確認した。

3.2 高フィネスミラーの特性評価

先行研究[9]では、高フィネスミラーを二枚向か い合わせた Fabry-Perot 共振器の特性評価を行っ た。その際、フィネスが高い場合に現れる cavity ring-down 現象を用いてフィネスを測定した。その 結果フィネスは、

$$\mathcal{F} = (7.1 \pm 0.4) \times 10^4$$
となった。  
また、透過パワー $P_t$ 、反射パワー $P_r$ 、入射パワー

 $P_{in}$ を測定したところ、  $P_t = 46.32 \pm 0.05 \text{ nW}$   $P_r = 79.4 \pm 0.1 \mu W$   $P_{in} = 80.97 \pm 0.01 \mu W$ という結果が得られた。これらの結果から、高フィ ネスミラーの散乱ロスと透過率は、  $\mathcal{L}_2 = 38 \pm 1 \text{ ppm}$  $T_2 = 6.2 \pm 0.3 \text{ ppm}$ 

と算出された。

3.3 低フィネスミラーの特性評価3.3.1 フィネスの測定

低フィネスミラーの特性評価は、当該ミラーを 二枚向かい合わせた Fabry-Perot 共振器を構築す ることにより行った。低フィネスミラー同士で構 成した光共振器の共振器線幅は広いため、ringdown 現象は観測できない。そこで、本研究では電 気光学変調器 (EOM)を用いて光共振器の線幅と FSR を独立に測定し、式(10)を用いてフィネスFを 求めた。FSR を測定するためには、EOM に対して FSR 程度の周波数で変調をかけ、n 次のモードの サイドバンドが n+1 次のモードのキャリアと重な るときの変調周波数を測定する。図 10 はサイドバ ンドが隣のモードのキャリアと重なった状態での 光共振器の透過スペクトルであり、このときの変 調周波数より、FSR は、

 $\omega_{\rm FSR}/2\pi = 3.42563 \, {\rm GHz}$ 





と求まった。

次に、共振器線幅を求めるために、光共振器の透 過スペクトルの線幅 $\Delta \omega_{spectrum}$ を求める。EOM に よるサイドバンドを利用して掃引時間を掃引周波 数に変換することにより線幅を求める(図 11, 12)。



図 11. EOM で変調されたレーザー光を 共振器に入射させたときの透過スペクトル



図 12. オシロスコープで観測される透過スペクトル

観測した透過スペクトルを図13に示す。これより、 スペクトル線幅は、

## $\Delta \omega_{spectrum} = 1.592 \pm 0.003 \text{ MHz}$



図 13. 透過スペクトルとサイドバンド

次に、レーザー線幅を求める。図 14 に示されたレ ーザーの電圧揺らぎから飽和吸収スペクトルを用 いた周波数変換によりレーザー線幅Δω<sub>laser</sub>を求め た。その結果



 $\Delta \omega_{laser} = 334.5 \pm 0.5 \text{ kHz}$ 

となった。共振器の線幅は共振器からの透過スペ クトルの線幅からレーザー線幅を引くことで求め られ

 $\Delta \omega_{cavity} = 1.592 \text{ MHz} - 334.5 \text{ kHz} = 1.257 \text{ MHz}$ 

$$\mathcal{F} = \frac{\omega_{\text{FSR}}}{\Delta \omega_{cavity}} = 2720 \pm 40$$

と求められた。

3.3.2 *Pt*、*Pr*、*Pin*の測定

次に、透過パワー $P_t$ 、反射パワー $P_r$ 、入射パワー  $P_{in}$ を求めるために透過スペクトルおよび反射スペ クトルを観測した。図 15 および 16 に観測した透 過スペクトルおよび反射スペクトルをそれぞれ示 した。



図 16. 反射スペクトル

これらの観測結果から $P_t$ 、 $P_r$ 、 $P_{in}$ はそれぞれ、  $P_t = 0.213 \pm 0.005 \mu W$   $P_{in} = 0.238 \pm 0.003 \mu W$   $P_r = 0.028 \pm 0.008 \mu W$ と求まった。これらの値から低フィネスミラーの 散乱ロスと透過率を計算すると。

$$\mathcal{L}_1 = -8 \pm 10 \text{ ppm}$$
  
 $T_1 = 1160 \pm 30 \text{ ppm}$ 

と求まった。

3.4 非対称光共振器の特性

先行研究による高フィネスミラーの散乱ロスと 透過率に加え、本研究で得られた低フィネスミラ ーの散乱ロス、透過率の値から非対称光共振器で 得られると期待されるPss、T<sub>tot</sub>、R<sub>tot</sub>を求めると、

> $P_{ss} = 0.979$  $T_{tot} = 0.969$  $R_{tot} = 0.019$

となった。

4 本論文のまとめ

本研究では、単一光子を高効率で単一空間モー ドへ放出するために使用する非対称光共振器の特 性評価を行った。高フィネスミラーの特性につい ては、先行研究によって透過率 $T_2 = 6.2 \pm 0.3$  ppm、 散乱ロス $L_2 = 38 \pm 1$  ppmと求まっていた。そこで、 非対称光共振器の特性を評価するために、本研究 では低フィネスミラーの特性評価を行った。EOM

によって発生させたサイドバンドを用いて FSR お よび光共振器の透過スペクトルの線幅を測定し、 低フィネスミラーFabry-Perot 共振器のフィネス を求めた。その結果、 $F = 2720 \pm 40$ となった。ま た、共振器への入射光、透過光および反射光のパワ ーと前述のフィネスの値を用いて、ミラーの透過 率および散乱ロスを見積もったところ、T1= 1160 ± 30 ppm、 $\mathcal{L}_1 = -8 \pm 10$  ppmという結果とな った。ここで、L1が負の値になった理由としては、 入射パワーと透過パワーを測定した二台の APD の検出効率の差や干渉フィルターの透過率の差に よって測定が正しく行えていないことが考えられ る。T<sub>1</sub>の測定値が設計値よりも大きく、また、フィ ネスが設計値よりも低く見積もられていることに 関しては、透過スペクトルとレーザー線幅の測定 を同時に行わなかったことが主な原因と考えられ る。

### 5 今後の展望

まず、測定系の測定精度を向上させ、再び透過率 と散乱ロスの測定を試みる。高フィネスミラーお よび低フィネスミラーを 1 枚ずつ向かい合わせた 非対称光共振器の構築、特性評価を行う。その後、 共振器を原子冷却系に組込み、単一光子の検出を 行う。

#### 参考文献

[1] Bennett, Charles H., and Gilles Brassard. "Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing." *Theoretical computer science* 560 (2014): 7-11.

[2] Liu, Yang, et al. "Experimental twin-field quantum key distribution over 1000 km fiber distance." *Physical Review Letters* 130.21 (2023): 210801.

[3] Briegel, H-J., et al. "Quantum repeaters: the role of imperfect local operations in quantum communication." *Physical Review Letters* 81.26 (1998): 5932.

[4] Azuma, Koji, Kiyoshi Tamaki, and Hoi-Kwong Lo. "All-photonic quantum repeaters." *Nature communications* 6.1 (2015): 6787.

[5] Briegel, H-J., et al. "Quantum repeaters: the role of imperfect local operations in quantum communication." *Physical Review Letters* 81.26 (1998): 5932.

[6] Steck, Daniel A. "Rubidium 87 D line data." (2001).

[7] 松山佳生,単一光子発生に向けた光共振器と冷却原子の結合 系の構築、2018 年度修十論文.

[8] Hood, Christina J., H. J. Kimble, and Jun Ye. "Characterization of high-finesse mirrors: Loss, phase shifts, and mode structure in an optical cavity." *Physical Review A* 64.3 (2001): 033804.

[9] 荒木陸,高効率な単一光子発生に向けた非対称共振器の構築, 2021 年度修士論文.