空間光変調器を用いて生成した高次ラゲールガウスビームの評価方法の改良

宮本研究室　鈴木一郎

1.　序論

本研究では空間光変調器(SLM)を用いて強度分布に複数のリングを持つ LG ビームを生成して、評価を行う。先行研究では、生成した LG ビームの強度分布において、特定方向の断面内の極大値のみに着目し、理論値と比較したのみであった。そのため本研究では評価方法を改良し、生成したビームの光強度分布と理想的な LG ビームで二次元のフィッティングを行い、強度分布の 2 方向の断面と理論値を比較し、評価する。

2.　原理

2.1　ラゲールガウスビーム

単色光の空間的伝搬特性は次のヘルムホルツ方程式で表される。

$$(\nabla^2 + k^2)E = 0 \tag{2.1}$$

kは光の波数、Eは電場の複素振幅を示す。電場Eを$E = u(\boldsymbol{r})\exp(ikz)$と置くと次式を得る。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right) u\exp(ikz) = 0 \tag{2.2}$$

近軸近似を用いることで次式を得る。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2ik\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \tag{2.3}$$

ラゲールガウスビームは式(2.3)の高次の解であり、円筒座標系(ρ, ψ, z)を用いて次式で表す。

$$LG_p^m(\rho, \varphi, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(|m| + p)!}}\frac{1}{w}\left(\frac{\sqrt{2}p}{w}\right)^{|m|}$$

$$\times L_p^{|m|}\left(\frac{2p^2}{w^2}\right)\exp\left(-\rho^2\left(\frac{1}{w^2} - \frac{ik}{2R}\right) + im\varphi - i\psi_p^m\right) \tag{2.4}$$

$$\psi_p^m = (2p + |m| + 1)\tan^{-1}\left\{\frac{2(z - z_0)}{kw_0^2}\right\} \tag{2.5}$$

ここでmは方位角モード指数、pは動径方向モード指数であり、$L_p^{|m|}$は次式で与えられるラゲール陪多項式である。

$$L_p^m(x) = \frac{e^x x^{-m}}{p!}\cdot\frac{d^p}{dx^p}(e^{-x}x^{p+m}) = \sum_{s=0}^{p}\binom{p+m}{p-s}\frac{(-x)^s}{s!} \tag{2.6}$$

2.2　理論上の強度分布の計算

測定した LG ビームの強度分布と比較を行うために、LG ビームの振幅の 2 乗値を計算することで理論上の光強度を求める。

2.2.1　m=1, p=1 のラゲールガウスビームの理論上の強度分布

動径モード指数$p=1$の LG ビームが$z=z_0=0$ のときの複素振幅分布は次式で与えられる。

$$LG_1^1(\rho,\varphi,0)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\rho}{w_0^2}\left\{2-\left(\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right)\right\}\times\exp\{-\rho^2\left(\frac{1}{w_0^2}\right)+i\varphi\} \tag{2.27}$$

このとき、振幅a_1及び光強度I_1はそれぞれ次の式(2.28)、式(2.29)である。

$$a_1(x,y)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{w_0^2}\left|2-\left(\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right)\right|\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{w_0^2}\right) \tag{2.28}$$

$$I_1\propto\{a_1(x,y)\}^2=\frac{2}{\pi}\frac{x^2+y^2}{w_0^4}\left\{2-\left(\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right)\right\}^2\exp\left(-2\frac{x^2+y^2}{w_0^2}\right) \tag{2.29}$$

2.2.2　$\boldsymbol{m=1,p=2}$のラゲールガウスビームの理論上の強度分布

動径モード指数$p=2$の LG ビームが$z=z_0=0$ のときの複素振幅分布は次式で与えられる。

$$LG_2^1(\rho,\varphi,0)=\sqrt{\frac{1}{3\pi}}\frac{2\rho}{w_0^2}\left\{3-3\left(\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right)^2\right\}\times\exp\{-\rho^2\left(\frac{1}{w_0^2}\right)+i\varphi\} \tag{2.30}$$

このとき、振幅a_2及び光強度I_2はそれぞれ次の式(2.31)、式(2.32)である。

$$a_2(x,y)=\sqrt{\frac{1}{3\pi}}\frac{2\rho}{w_0^2}\left|3-3\left(\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right)^2\right|\times\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{w_0^2}\right) \tag{2.31}$$

$$I_2\propto\{a_2(x,y)\}^2=\frac{1}{3\pi}\frac{4(x^2+y^2)}{w_0^4}\left\{3-3\left(\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right)^2\right\}^2\exp\left(-2\frac{x^2+y^2}{w_0^2}\right) \tag{2.32}$$

3.　実験

3.1　ＬＧビームの生成実験

Type1 形式の疑似振幅変調を行う計算機ホログラム(CGH)を作成して SLM ヘッドに表示し、SLM ヘッドへの入射光の位相を変調して LG ビームを生成した。生成した LG ビームの強度分布の撮影を行った。使用した光学系を図 3.1 に示した。

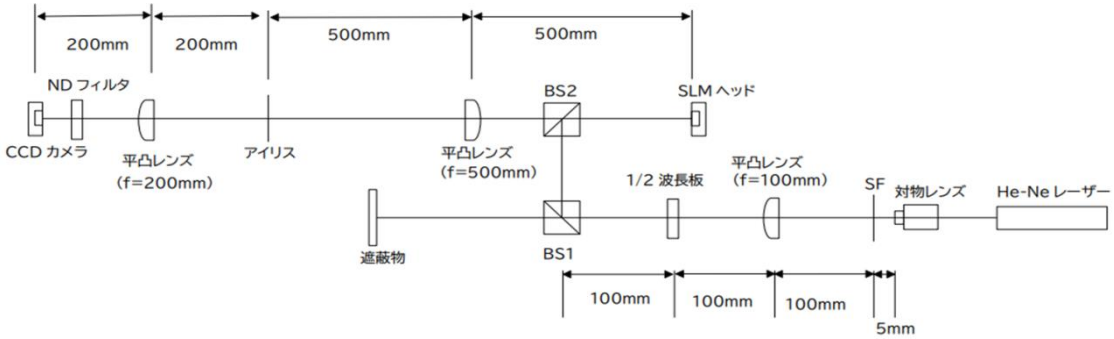
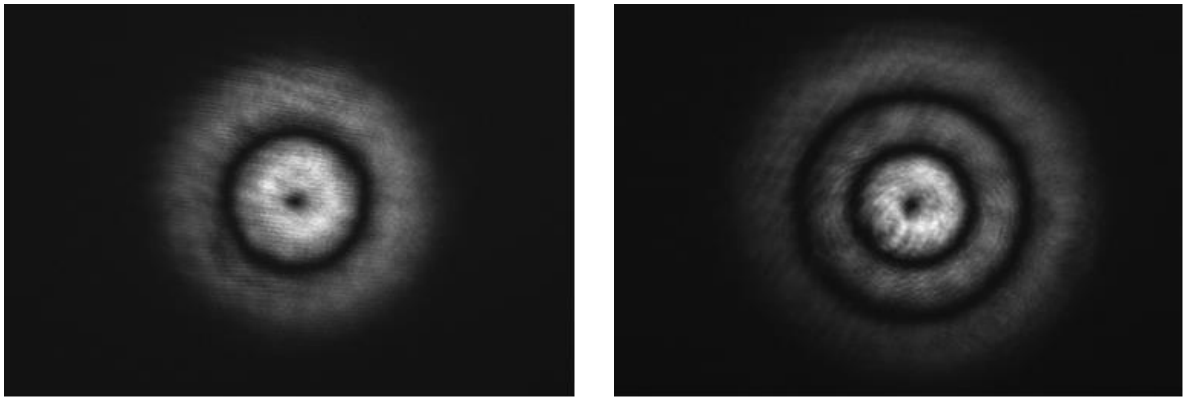


図 3.1　LG ビーム生成実験に使用した光学系

SLM から出射した光の 1 次回折光の強度分布を CCD カメラで撮影した。撮影した強度分布を図 3.2 に示す。



(a) m=1, p=1 の強度分布　　(b) m=1, p=2 の強度分布

図 3.2　撮影した LG ビームの強度分布

3.2　生成した LG ビームの光強度の評価

撮影した LG ビームの強度分布から光強度のグラフを作成し、理想的な LG ビームの光強度のグラフとのフィッティングを行った。

3.2.1　生成した m=1, p=1 のラゲールガウスビームの評価

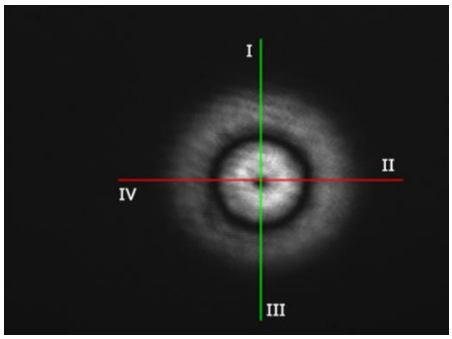


図 3.3　m=1, p=1 の LG ビームの強度分布

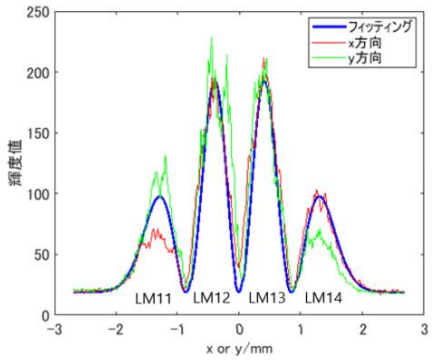


図 3.4　m=1,p=1 の LG ビームの X 方向、Y 方向の輝度値とフィッティングした輝度値の関係

生成した $m=1, p=1$のラゲールガウスビームについて理想的なビームとのフィッティングを行った。フィッティング結果を図 3.3、図 3.4、表 3.1 に示した。

表 1. 各領域における理想的な強度に対する生成した LG ビーム(m=1,p=1)の強度の割合

	I	II	III	IV
内側のリング	97.1%	101.7%	97.6%	96.6%
外側のリング	106.5%	93.2%	63.5%	63.5%

3.2.2　生成した m=1, p=2 のラゲールガウスビームの評価

生成した $m=1, p=2$のラゲールガウスビームについて理想的なビームとのフィッティングを行った。フィッティング結果を図 3.5、図 3.6、表 3.2 に示した。

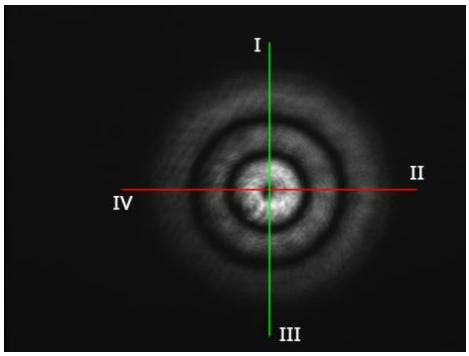


図 3.5　m=1, p=2 の LG ビームの強度分布

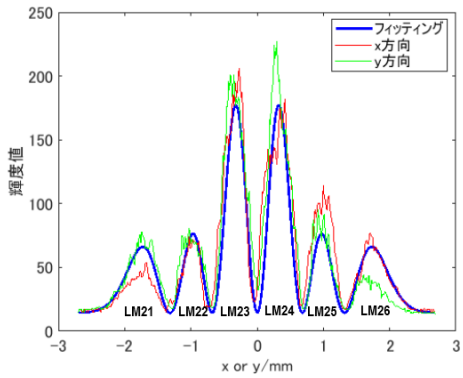


図 3.6　m=1,p=2 の LG ビームの X 方向、Y 方向の輝度値とフィッティングした輝度値の関係

表 2. 各領域における理想的な強度に対する生成した LG ビーム(m=1,p=2)の強度の割合

	I	II	III	IV
内側のリング	106.1%	94.8%	116.8%	107.2%
中間のリング	90.4%	129.7%	106.1%	89.1%
外側のリング	96.8%	99.8%	57.5%	69.6%

4.　結論

m=1,p=1 と m=1,p=2 の LG ビームを生成し、2 方向の断面の強度分布と理想的な LG ビームの強度分布でフィッティングを行い、ビームの評価を行った。表 1、表 2 に理想的な L G ビームの光強度に対する生成したビームの光強度の割合を領域ごとでまとめた。

撮影した LG ビームの強度分布を領域ごとで比較することによって、撮影時の明るさの偏りがあることがわかった。このような原因として CGH の中心と入射ビームの中心があっておらず、リング内の明るさが不均一になってしまったことが考えられる。改善策としてリング内の明るさを均一になるように CGH の中心と入射ビームの中心位置を調整することがあげられる。