水素分光の技術とその周辺技術の最適化

森永研究室 2233001 相川勇

1. 序論

水素原子の研究は,現代物理学の基盤を 形成し,科学の広範な分野で重要な役割を 担っている.もっとも単純な構造を持つこの 原子は,原子物理学,量子力学,量子電磁 力学,宇宙物理学の研究において基本モデ ルとして使用されてきた.一つの陽子と一つ の電子から成る水素原子は,その単純さが 理論と実験結果との比較を容易にし,物理 学の基本法則の理解に理想的な研究対象と なっている.特に水素原子のエネルギー準位 とスペクトル線の研究は,原子構造と光の 性質に関する基本的な理解を深めるのに役 立っている.また,反物質の理解と応用にも 重要な影響を与えている.反物質は、通常の 物質の対となる粒子で構成され, 例えば反 水素原子は陽電子(電子の反粒子)と反陽子 から成る.水素原子の研究は、反物質と物質 の間の基本的な対称性と相違を探るうえで 欠かせない.

物質と反物質の対称性の検証では,現代 物理学は物質と反物質が鏡像として同じ振 る舞いをすると予測する.水素と反水素の 精密分光比較により,この対称性の実際の 存在を検証すすることが可能である.例え ば,水素と反水素のスペクトル線が微妙に 異なれば,物質と反物質の間に基本的な非 対称が存在することを示唆し,現代の原子 モデルの修正を必要とする可能性がある. さらに,宇宙が現在の物質主導の状態に至 った理由の解明は,現代宇宙論の大きな謎 の一つである.理論上, ビッグバンでは物質 と反物質が同量生成されるはずだが, 現在

の宇宙は物質によって支配されている.水 素原子と反水素原子の研究により,この非 対称絵師の原因を解明する可能性がある. 水素原子の精密分光研究は,これらの課題 に対して,物質と反物質の基本的な理解を するための実験的な基盤を築くことができ る.

水素原子は一般的に分子状態(水素ガス) で供給されるため分光を行うためにはまず 水素分子を原子に乖離させる必要がある. この過程において,放電が用いられるのが 一般的であり,プラズマの水素分子への衝 突の確率の高さやエネルギーの高さから, 特にマイクロ波放電が用いられる.このマ イクロ波放電はマイクロ波発振器をカップ リング用コンデンサC'を介して共振器に接 続し,放電を起こしたのちに共振させるこ とにより発生させる.今回研究で用いる同 軸共振器について,モデル化を行い発振器 のマイクロ波電力を損失無く共振器に注入 するためインピーダンスが50Ωとなるよう に設計を行うことを目標としている.

2. 研究目的

水素原子の研究は科学の広範な分野で重要 な役割を担っている.通常水素ガス(分子状 態)で供給される水素分子を乖離させるた めに本研究では同軸共振器を用いたマイク ロ波放電を用いることを想定している.マイ クロ波放電は, マイクロ波発振器をカップ リング用コンデンサを介して共振器に接続 し, 放電を起こしたのちに共振させ発生さ せる.発振器のマイクロ波放電を損失無く 共振器に注入させるためには共振器のイン ピーダンスが 50Ω となる必要がある.設計 において, 解析的な方法では式の複雑さか ら困難である.そのため, Model 1 では簡易 的な共振器モデルを考え, Model 2 ではよ り複雑な共振器モデルを考えインピーダン スに対して様々な変数の依存性を調査する. そして最適化手法を用いることにより目的 としたインピーダンス値を特定する.

3. 実験方法

等価回路を単純な RLC 共振回路とみなした モデルにおけるパラメータ最適化(Model 1) 下図のような共振器を考える.



図 1. Model 1 における共振器と等価回路

Model 1 について,中心導体における電流 と電位の関係が後述の(95)式からわかるよ うに位相が 90°変位することからインダク タンスLとして作用するとした.中心導体 の端と外部導体のカップリングがキャパシ タンスC,共振器の内部抵抗がR,マイクロ 波放電のためのアンテナと中心導体端での カップリングを考えた際のキャパシタンス C'を単純な RLC 共振回路とみなして考えた.

まず,この共振回路について,各種 パラメータについて算出を行った.

$$Z = \left(\frac{1}{j\omega L + R} + j\omega C\right)^{-1}$$
$$Z' = Z - j\frac{1}{\omega C_2}$$
$$= \left(\frac{1}{j\omega L + R} + j\omega C\right)^{-1} - j\frac{1}{\omega C'}$$

j:虚数単位,ω:角周波数,L:インダクタンス ,R:抵抗値,C:静電容量

今回設計した共振器について、中心導体の 端の断面積は1cm²として C, L, R を算出し た.これらの値を用いて, fsolve の hybr 法 を用いて, インピーダンスの実部が 50, 虚 部が 0 の条件のもと, ω , C_2 を変数とした 最適化法を行った. 次に, 差分進化法アルゴリズムを用いて, 実部の値が 50 Ω , 虚部の値が 0 Ω の条件の もと, C_2 の値を変化させ, それに対して L, C を変数とした最適化法を行った.

等価回路を縦続行列を用いて算出したモデ ルにおけるパラメータ最適化(Model 2) 図 5 のような同軸共振器を考える今回求め たインピーダンス関数について,

$$Z' = -\{\frac{\cos(\sqrt{k(k-js)}l_1)}{-jZ_c\sqrt{\frac{k-js}{k}}\sin(\sqrt{k(k-js)}l_1)} + \frac{\frac{1}{\omega C}Z_c^{-1}\sqrt{\frac{k}{k-js}}\sin(\sqrt{k(k-js)}l_2) + \cos(\sqrt{k(k-js)}l_2)}{-\frac{1}{j\omega C}\cos(\sqrt{k(k-js)}l_2) - jZ_c\sqrt{\frac{k-js}{k}}\sin(\sqrt{k(k-js)}l_2)}\}^{\wedge}(-1)$$

j: 虚数単位, ω: 角周波数, Z_c: 特性インピー ダンス, ρ: 抵抗率C: キャパシタンス, v: 伝

搬速度(光速度),
$$s = \frac{\rho}{z_c}$$
, k : 波数



図 2. Model 2 における等価回路

変数に対するインピーダンスの依存性の調 査

Model 2 に関して,中心導体のどの位置で カップリングをすべきかを調査する必要が ある.ここで,周波数を共振周波数 2.45GHz で固定して,中心導体, l_1 , l_2 の比率nを変 数として,(x, y, z) = (l, n, Z)のプロット を行った.この 3d プロットにおいて,計算 上非連続になってしまうため,n,lのプロ ットエリアに対して10,000×10,000の間隔 で計算を行った.

4. 結果

等価回路を単純な RLC 共振回路とみなした モデルにおけるパラメータ最適化(Model 1) Hybr 法を用いた結果 式(86), $Z(L, C, R, C_2, \omega)$ について, Hybr 法を用い実部 50, 虚部 0 の条件のもと C_2 , ω を求めた.結果は以下のとおりである. $C_2: 3.230810 \times 10^{-15}$ F, $\omega: 1.480431$

× 10¹⁰ rad/s, SWR: 1.0000 この得られた*C*₂を10ⁿ倍した際, *L*, *C* がど のような振る舞いをするのかを差分進化法 で求める.その際, *C*₂は Hybr 法に求められ た方法を用いた.

差分進化法を用いた結果

式(86), *Z*(*L*, *C*, *R*, *C*₂, ω)について, 差分進 化法アルゴリズムを用い実部 50, 虚部 0 の 条件のもと各*C*₂の値に対して*L*, *C*を求めた. 得られた結果を纏めたものが表 1 である.

表 1. Model 1 における L,C の演算結果

<i>C</i> ₂ (F)	<i>L</i> (H)	<i>C</i> (F)
3.230810e-10	1.143363e-10	3.689471e-11
3.230810e-11	1.144280e-10	3.681823e-11
3.230810e-12	1.232532e-10	3.378616e-11
3.230810e-13	4.742894e-10	8.601533e-12
3.230810e-14	4.604439e-9	8.851387e-13
3.119700e-15	4.766973e-8	8.549503e-14
3.230810e-16	4.721112e-7	8.6244171e-15
3.230810e-17	4.603020e-6	8.854024e-16

また, この表について図 10 としてプロッ トした.



図 3. Model 1 における演算結果

図 10 より, $C_2 = 3.23 \times 10^{-17}$ から $C_2 = 3.23 \times 10^{-13}$ のときは C_2 が 10 倍になると L が 1/10 倍, C が 10 倍となることがわかる. 一方で,それ以上の値の際には L, C は一定 の値をとるようになった.これは,共振周波 数による制約条件

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

によるためであるためだと考えた.

変数に対するインピーダンスの依存性の調 査

実部と虚部で分離し (*x*, *y*, *z*) = (*l*, *n*, *Z*) の 2 通りの 3D-plot を行った.



図 4. Model 2 における 3D-plot また,図 14 を上部視点から見た(*x*, *y*) = (*l*, *n*)が図 15 である.また,インピーダンス をヒートマップとして表示した.



図 5. Model 2 におけるヒートマップ

また, (x, y) = (n, Z)としてプロットした 物が図 16 である.



図 6.3D-plot の Z-n 断面

図 15 から, ピークをとる中心導体の長さ は中心導体に対するカップリング位置の分 割比率nに依存しないことが分かる.実際の 設計において, ピーク値が大きく, 勾配が 急であるとカップリング位置が少しずれる だけで大きく実験結果に影響を及ぼす可能 性がある.図 16 から, nに対してZが単調に 減少することが分かる.したがって, 可能な 限り小さいnを用いて実部が 50 となる値を 探索する必要がある.今回, 特定の n を設定 することによってZの実部が 50 となるよう なlを計算するコードを実装した. これによ り, n = 0.1のときl = 0.09231531となり, インピーダンス値について

Z = 50.00009 + 53.04633 となった.

5. まとめ・今後の展望

今回,水素分子を水素原子に乖離すること を想定し,マイクロ波放電に用いる共振器 開発を行った.Model1では同軸共振器内の 中心導体の端にマイクロ波発振器のアンテ ナをカップリングすることのみを想定した 簡易モデルを考えた.また, Model 2 では中 心導体上をアンテナが自由に動けるように 変数を設定し, 縦続行列を用いたモデルを 考えた.Model 1, Model 2 では周波数特性 においてインピーダンスの実部がピークを とる周波数が異なった Model 2 においてキ ャパシタンスCが非常に小さいとき,中心 導体の長さを波長の 1/4 の長さと近似でき る. 今回この近似を用いて中心導体を設計 し計算を行ったが,設計上キャパシタンス の値は有限の定数値を代入した. このため ピークを取る周波数が Model 間で異なっ たと考えた. また, Model 2 においてn, 1を 変数としてインピーダンスをプロットした. nが小さくなると、ピークが単調に減少し ていく. ピークが急であるとき, 実際の設 計において少しのズレが大きく結果に影響 を与えてしまう. そのため, n を小さく(中 心導体の根本)でカップリングさせる必要 がある.今後、実際に共振器を作成して Model との比較を行っていく. その際に共 振器から得られる実験データは主に Smith Chart 上で表示される. そのため, より複 雑な外部要因に対応できるようにプログラ ムをアップデートしていく必要がある.

参考文献

[1] S I Gristinin 'Determination of the gas temperature in high-pressure microwave discharges in hydrogen'. J. Phys. D: Appl. Phys. 31 2942 (1998)

[2] 「電気回路ハンドブック」 奥村浩士

西哲生 松瀬明彦著 (朝倉書店 2016) [3] Rainer Storn, Kenneth Price., 'Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces' Journal of Global Optimization 11: 341-359, (1997) [4] Powell, M. J. D. 'An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives'. Computer Journal. 7(2):155-162. (1964) [5]「ファインマン物理学 電磁波と物 性|ファインマン、レイトン、サンズ著、 戸田盛和訳.(岩波書店 2007) [6] M. Puglisi. Conventional RF cavity design. RF Engineering for Particle Accelerators, CERN, 1993.156-197 [7] 「電子工学初歩シリーズ 電気回路」 鎌倉友男, 上芳夫, 渡辺好章 共著.(培 風館 1998) [8] Ksenia K, Artem G, Nikolay K. 'Antihydrogen and Hydrogen: Search for the Difference'. Symmetry, vol. 15, issue 8, p. 1603 (2023) [9] Randolf Pohl. 'Fundamental symmetry tested using antihydrogen'. Nature 578, 369-370 (2020) [10] 「アルゴリズムの基本」 Cormen, Thomas H., 長尾高弘著(日経 BP 社 2016) [11] 「光・電波伝送入門」 F.R.コナー原 著 (森北出版株式会社 2005) [12] 「マイクロ波技術」 阿部英太郎著 (東京大学出版会 1979)

[13] F.C.Fehsenfeld, K.M.Evenson, and H.P.Broida 'Microwave Discharge Cavities Operating at 2450MHz', Review of Scientific Instruments 36, 294 (1965) [14] 「理科年表」 国立天文台 (丸善出版 2022)