

原子干渉型重力加速度計のためのデジタル信号処理 プロセッサによる低周波数帯防振システムの開発

中川 賢一 研究室 B4 梅原 知也

2023 年 3 月 6 日

1 序論

原子干渉型重力加速度計は図 1 のように入射光をミラーで反射させる. これを利用して原子干渉を起こし, 重力加速度 g を測定する. このときミラーには地面からの振動が加わる. そのためミラーに機械式加速度計を取り付けてその影響を除去している. しかしながらこの方法で現在課題になっているのはその加速度計が低周波域において十分に測定ができていないということである. これを除去するため低周波帯の防振システムを開発した.

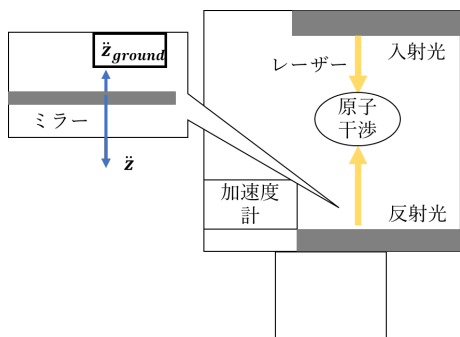


図 1 機械式加速度計は地面からの振動の影響を受ける

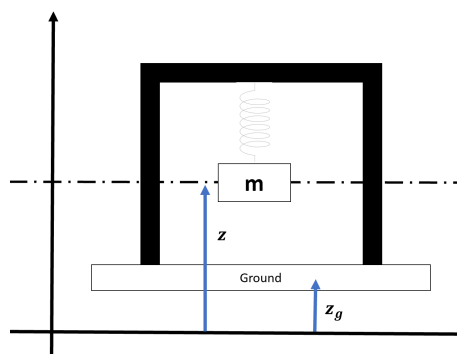


図 2 パッシブ防振台の概略図

本実験ではアクティブ防振を用いてシステムを開発した. これは防振できる帯域を低周波数に絞ったものである. そのためなぜアクティブ防振を用いることでより低周波の防振ができるのかについて説明する. はじめに防振台として図 2 のようにばねを利用したとする. このとき地面からの振動を受けたときの運動方程式は式 1 のようになる.

$$\ddot{z} + 2\zeta_0\omega_0\dot{z} + \omega^2z = 0 \quad (1)$$

これをフーリエ変換して地面に対する伝達関数を求める.

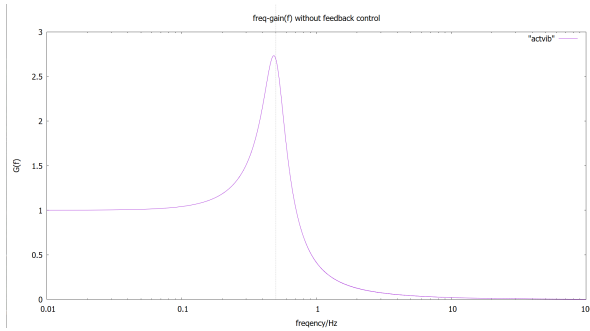


図3 パッシブ防振による伝達特性のシミュレーション結果

$$\frac{z(\omega)}{z_g(\omega)} = \frac{2i\omega\zeta_0\omega_0 + \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega\zeta_0\omega_0} \quad (2)$$

式2のグラフを図3に示す。図3からばね防振において共振周波数よりも大きな範囲は防振できるということがわかる。しかし小さな範囲において十分に防振ができていないということがわかる。原子干渉計のため防振をするためには以外の帯域で十分に発揮できることが求められる。これがパッシブ防振の課題である。そこで外部から次のように示す力を加えらる。このときの運動方程式は式3のようになる。またそのときの概略図を図4に示す。

$$\ddot{z} + 2\zeta_0\omega_0\dot{z} + \omega_0^2 z = -mH\dot{z} - 2m\omega_0 I z \quad (3)$$

同様にフーリエ変換する。すると係数比較から ω_1 と減衰定数 ζ_1 について式4のようなことが言える。

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+H}}, \zeta_1 = \frac{H + \zeta_0}{\sqrt{1+H}} \quad (4)$$

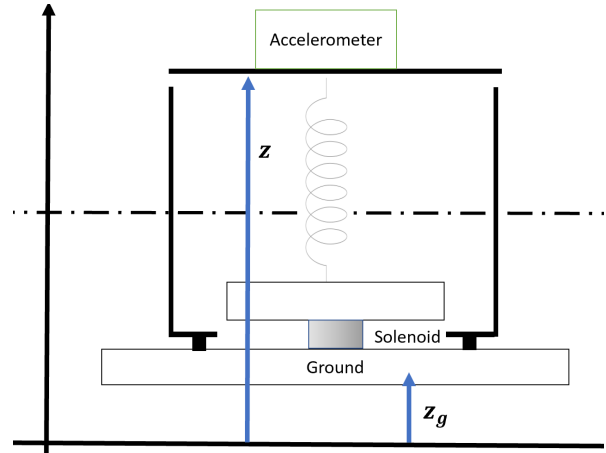


図4 アクティブ防振台の概略図

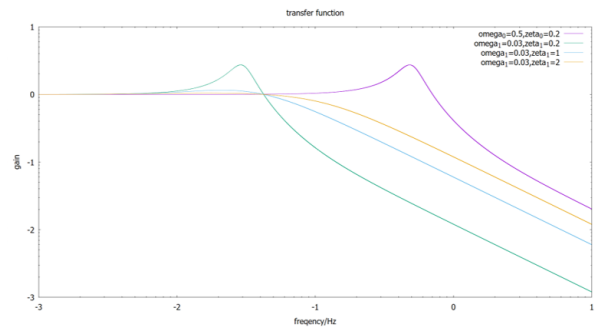


図5 アクティブ防振による伝達特性のシミュレーション結果

つまりもとの共振周波数よりも $\sqrt{1+H}$ だけ小さくできた。また減衰係数 ζ_1 についてももとの ζ_0 よりも小さくできることを示している。さらに伝達関数を求める。

$$\frac{z(\omega)}{z_g(\omega)} = \frac{2i\omega\zeta_1\omega_1 + \omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2i\omega\zeta_1\omega_1} \quad (5)$$

グラフを図5に示す。また先で示したように共振周波数よりも大きな周波数は防振できる。そのためアクティブ防振でいかに共振周波数 ω_1 を下げるのかということが問題の要である。

次に減衰定数 ζ_1 と振動の仕方との関係

について説明する。減衰定数 ζ_1 はその大きさが 1 より小さいときは振動的な減衰をする。1 のときは臨界減衰をする。そして 1 よりも大きいときは過減衰をする。防振台として用いるためにはできる限り振動はせずに早くおさまることが求められる。そのことから本来、減衰振動には臨界減衰が最も適している。しかしこれは値として ζ_1 が常に 1 であり、変化しないことが条件である。これは困難であるので過減衰の域である $\zeta_1=1.1$ 付近に設定することで振動せずに早く減衰させることにした。

2 実験と結果

2.1 ボイスコイルの伝達特性

デジタル信号処理プロセッサ以外の部品の伝達特性を調べる。具体的には加速度計、10 倍の反転増幅回路とボイスコイルである。ただしアンプと加速度計は周波数に依存しないと仮定した。なぜなら本実験で使用する範囲で入力信号の周波数を変化させたときに加速度計とアンプには周波数依存特性が見られなかったからである。なお加速度計の感度は $8.14\text{mV}/\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ であった。

次にボイスコイルの伝達特性の見積もり方法について述べる。ボイスコイルは定電流回路に接続して制御をした。つまり電圧の時間微分を大きくするほどボイスコイルが生ずる力は大きくなる。本来、入力電圧に対する力を測定するにはばね定数 k や防振台と重力加速度計の質量 m を求めなくてはならない。しかしこれは困難であった。

そのためその代替案として電圧を 2V かつ周波数が 0.5Hz の正弦波を入力信号として利用し、その振幅を計測することで求めた。つまり入力電圧とボイスコイルが作る力は比例関係とし、力は加速度を求めることで関係づけた。

ばねが振動しているときの運動方程式と周期 T は式 7 のようになる。

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{k}{m}z \quad (6)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7)$$

これより加速度と振幅の関係は式 8 のようになる。

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{T^2}{4\pi^2}z \quad (8)$$

振幅 z を計測すると 4mm であった。これよりボイスコイルの伝達特性は $0.5\text{m} \cdot \text{s}^{-2}/\text{V}$ であった。

ここで H を求めることができる。

$$H(\omega) = G(\omega) \times 10 \times 8.14 \times 0.5 = 40.7 \cdot G(\omega) \quad (9)$$

2.2 デジタル信号処理

アクティブ防振台の構造を図 6 に示す。アクティブ防振は従来、パッシブ防振として利用していた Minus-k という防振台にフィードバック制御を加えたものである。序論では共振周波数 ω_1 を下げることと減衰定数 ζ_1 を 1.1 に設定することの意味を確認した。次にそれらを具体的にフィードバック制御として作用させる仕組みを説明する。そのために本実験においては共振周波数 $\omega_1=0.03\text{Hz}$ を目標に開発を進めてい

くとする. このとき式 4 より H は 268 と求まる. したがってフィルターの Gain は 6.5 と設定した.

次に $\zeta_1 = 1.1$ とすると I についても 17.6 と求めることができる. この I は周波数軸に対する Gain の傾きである. そして実験で利用する 0.01Hz から 0.1Hz の範囲ではラグリードフィルターが決定する. ラグリードフィルターの伝達関数は式である.

$$I = \frac{0.707 - (1 - 0.707)H}{\Delta f} \quad (10)$$

ただしここで $\Delta f = \omega_{lag-H} - \omega_{lag-L}$ である.

これより周波数帯 Δf は 0.042 となった. 周波数に対する Gain の傾きは 0.01Hz から 0.1Hz で意味がある. これを考慮して 0.062Hz で設定することにした.

入力信号に対して周波数特性に変化を加える際にデジタル信号処理プロセッサを用いた. そして本実験において入力信号はアナログ信号であるのでこれをデジタル変換したのちに式 11 で示される z 変換

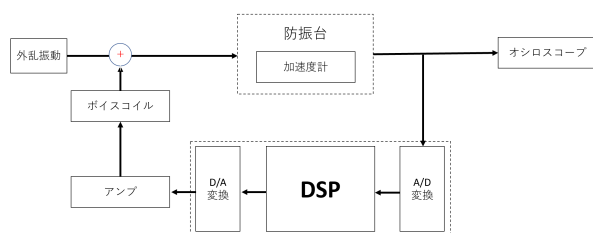


図 6 アクティブ防振台の構成図

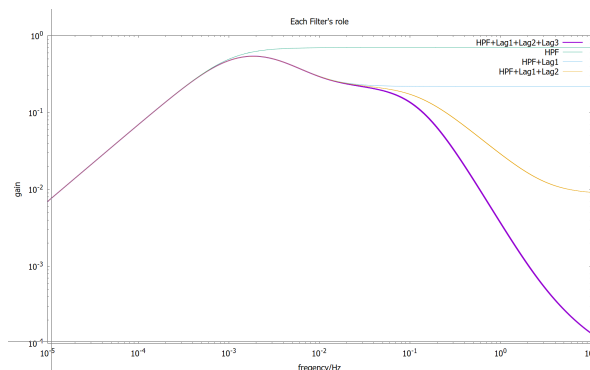


図 7 各フィルターと全体のフィルターの周波数特性

の式を用いた.

$$u(t) = -\frac{T\omega_{lag-H} - 2}{T\omega_{lag-H} + 2}u(t - T) + k^{Lag} \frac{\omega_{lag-H}}{\omega_{lag-L}} \frac{T\omega_{lag-L} + 2}{T\omega_{lag-H} + 2} (e(t) + e(t - T)) \quad (11)$$

式 11 より前の出力結果を現段階の出力を引いているということがわかる. これは z 変換では微分をしていることに該当する. また実用のために先ほどのラグリードフィルターよりも低周波域にハイパスフィルターを、高周波域に 2 つのラグリードフィルターを設定した. こうすることで低周波数域においては特に加速度計のドリフト電流による発散を防ぐ. また高周波数域でも発散を防ぐ目的で設定した 4 つのフィルターを通した時の周波数に対する Gain 特性のシミュレーション結果を図 7 に示す. このように設定をして、図 8 のようなデジタル信号処理プロセッサからの出力特性を得た. 図 7 と図 8 より同周波数で等しい割合だけ減衰できていることからディ

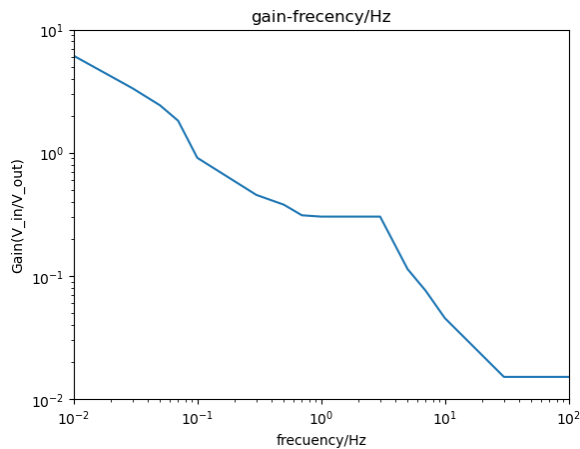


図 8 測定した DSP の出力特性

デジタル信号処理プロセッサによるフィルタは予想したように動作をしていることを確認した。

2.3 全体の伝達特性

これまでの説明よりアクティブ防振台を構成する各 부품の伝達特性について確認できた。ここで開ループ系の一巡伝達関数の周波数軸シミュレーション結果を図 9 に示す。図 9 からシステムが動作をすれば共振周波数を下げることができると確認した。

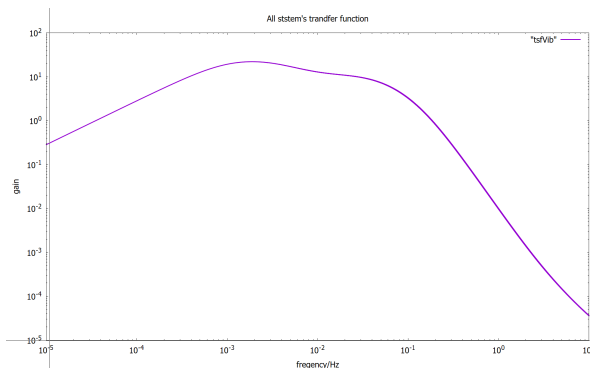


図 9 一巡フィードバック回路のシミュレーション結果

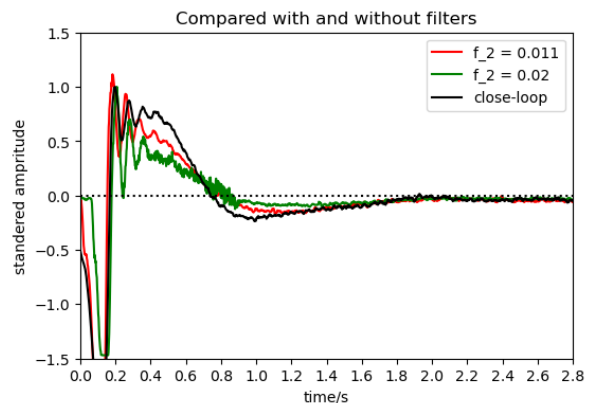


図 10 測定した一巡フィードバック回路の出力

次にアクティブ防振台の時間軸に対する Gain の測定結果を図 10 に示す。これよりフィードバック制御が効いていることを確認した。

3 まとめと今後の展望

はじめにデジタルフィルタがシミュレーションしたような結果を出力していることを確認した。次に実験からアクティブ防振にフィードバック制御が効いているために ζ_1 が変化したことを確認できた。しかしながら共振周波数 ω_1 を小さくすることが確認できなかった。

確認できなかった要因として Gain がまだ十分に大きくなっていないということが考えられる。式 4 より共振周波数 ω_1 は $\sqrt{H+1}$ の割合で小さくなっていく。そのため H の効果を比較するためにはその大きさに差をつけなくてはならないと予想できる。そのため今後は Gain をさらに大きくしていく。また単純にデジタルフィル

ターの Gain を上げだけでは I の傾きも変化をしてしまう. したがって I を系統だっ
て決める方法を決める必要がある.

参考文献

- [1] 島津亨平. 重力加速度計のための低周波防振システムの開発. pp.18-44(2012)
- [2] 羽石暁. 原子干渉計を用いた重力加速度計のための冷却原子生成システムの開発.
- [3] 北条孟. 原子干渉計のための周波数基準レーザーの開発. pp.3-25(2021). 第 2,3,5 章
- [4] Joel M. Hensley, Achim Peters, and Steven Chu. Active low frequency vertical vibration isolation. Review of scientific instruments. Vol.70,pp.2735-2741(1999)
- [5] Christian Freier. Measurement of Local Gravity using Atom Interferometry. chapter 3. pp.24-54(2010)
- [6] Biao Tang, Lin Zhou, Zongyuan Xiong, Jin Wang, and Mingsheng Zhan. A programmable broadband low frequency active vibration isolation system for atom interferometry. Review of scientific instruments., Vol.85, pp.093109-1-093109-7. (2014)
- [7] Kang Zhou, Xin Xiong, Le-Le Chen, Jia-Feng Cui, Xiao-Chun Duan, and Zhong kun Hu. A three-dimension active vibration isolator for precision atom gravimeters.Review of scientific instruments. Vol.86(2015)
- [8] 足立修一. 信号・システム理論の基礎-フーリエ変換, ラプラス変換, z 変換を系統的に学ぶ-. コロナ社 (2014), 第 5,8,9 章.
- [9] 足立修一.MATLAB によるデジタル信号とシステム. 東京電機大学出版局 (2002). 第 5,7,8 章
- [10] 府川和彦. デジタル信号処理. 培風館 (2009). 第 5 章. pp.91-95.
- [11] 片山徹. 新版フィードバック制御の基礎. 朝倉書店 (2002). 第 3-8 章
- [12] 原島 鮮. 力学 (三訂版). 裳華房 (2002).pp.49-56
- [13] 長岡洋介. 電磁気学 2. 岩波書店.(1999). 第 7 章