空間光変調器を用いて生成した高次ラゲールガウスビームの評価

宮本研究室 森本祥太

1. 序論

本研究の目的は空間光位相変調器(LCOS-SLM)を用いて生成した高次のラゲールガウス(LG)ビームの 振幅を設計したものと比較し改善することである。LGビームは近軸近似下でのヘルムホルツ方程式の高 次の解であり、ドーナツ状の強度分布と中心に特異点のある位相分布を持つ光ビームである。本研究で は空間光変調器(SLM)を用いて強度分布に複数のリングを持つ LG ビームを生成し、最も内側のリン グに対して外側のリングの光強度がどのくらい小さくなっているのか、理論上の複素振幅分布から求め た値と比較して評価する。

2. 原理

2.1 ラゲールガウスビーム

単色光の空間的伝搬特性はヘルムホルツ方程式で表される。

$$(\nabla^2 + k^2)E = 0 \tag{2.1}$$

kは光の波数、Eは電場の複素振幅である。電場Eを $E = u(r) \exp(ikz)$ と置く

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2ik\frac{\partial}{\partial z}\right)u\exp(ikz) = 0$$
(2.2)

近軸近似を用いると式(2.3)を得る。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2ik\frac{\partial u}{\partial z} = 0$$
(2.3)

ラゲールガウスビームは式(2.3)の高次の解である。円筒座標系(ρ, φ, z)を用いて式(2.4)で表せる。

$$LG_{p}^{m}(\rho,\varphi,z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(|m|+p)!}} \frac{1}{w} \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w}\right)^{|m|} \times L_{p}^{|m|} \left(\frac{2\rho^{2}}{w^{2}}\right) \exp\left(-\rho^{2}\left(\frac{1}{w^{2}} - \frac{ik}{2R}\right) + im\varphi - i\psi_{p}^{m}\right)$$
(2.4)

$$\psi_p^m = (2p + |m| + 1)\psi(z)$$

= $(2p + |m| + 1)\tan^{-1}\left\{\frac{2(z - z_0)}{kw_0^2}\right\}$ (2.5)

mは方位角モード指数、pは動径方向モード指数である。 $L_p^{|m|}$ はラゲール陪多項式であり式(2.6)で表せる。

$$L_{p}^{m}(x) = \frac{e^{x}x^{-m}}{p!} \cdot \frac{d^{p}}{dx^{p}} (e^{-x}x^{p+m})$$
$$= \sum_{s=0}^{p} {p+m \choose p-s} \frac{(-x)^{s}}{s!}$$
(2.6)

2.2 理論上の強度分布の計算

光強度は振幅の2乗値に比例する。測定したLGビームの強度分布と比較するために、LGビームの振幅の2乗値を計算して理論上の光強度を求める。

2.4.1 *m* = 1, *p* = 1の LG ビームの理論上の強度分布

動径モード指数p = 1の LG ビームがz = z₀ = 0のときの複素振幅分布は式(2.7)で与えられる。

$$LG_{1}^{1}(\rho,\varphi,0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\rho}{w_{0}^{2}} \left\{ 2 - \left(\frac{2\rho^{2}}{w_{0}^{2}}\right) \right\} \times \exp\left\{-\rho^{2}\left(\frac{1}{w_{0}^{2}}\right) + i\varphi\right\}$$
(2.7)

このとき振幅a₁は式(2.8)で求めることができる。

$$a_1(x,y) = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{{w_0}^2}} \left| 2 - \left(\frac{2\rho^2}{{w_0}^2}\right) \right| \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{{w_0}^2}\right)$$
(2.8)

よって光強度I₁は式(2.9)で求められる。

$$I_1 \propto \frac{2}{\pi} \frac{x^2 + y^2}{w_0^4} \left\{ 2 - \left(\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right) \right\}^2 \exp\left(-2\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right)$$
(2.9)

2.4.2 m = 1, p = 20 LG ビームの理論上の強度分布 動径モード指数p = 20 LG ビームが $z = z_0 = 0$ のときの複素振幅分布は式(2.10)のように表せる。

$$LG_{2}^{1}(\rho,\varphi,0) = \sqrt{\frac{1}{3\pi}} \frac{2\rho}{w_{0}^{2}} \left\{ 3 - 3\left(\frac{2\rho^{2}}{w_{0}^{2}}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{2\rho^{2}}{w_{0}^{2}}\right)^{2} \right\} \times \exp\left\{-\rho^{2}\left(\frac{1}{w_{0}^{2}}\right) + i\varphi\right\}$$
(2.10)

このとき振幅a2は式(2.11)で求めることができる。

$$a_{2}(x,y) = \sqrt{\frac{1}{3\pi} \frac{2\rho}{w_{0}^{2}}} \left| 3 - 3\left(\frac{2\rho^{2}}{w_{0}^{2}}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{2\rho^{2}}{w_{0}^{2}}\right)^{2} \right| \exp\left(-\frac{x^{2} + y^{2}}{w_{0}^{2}}\right)$$
(2.11)

よって光強度I2は式(2.12)で求められる。

$$I_2 \propto \frac{2(x^2 + y^2)}{{w_0}^4} \left\{ 3 - 3\left(\frac{2\rho^2}{{w_0}^2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{2\rho^2}{{w_0}^2}\right)^2 \right\}^2 \exp\left(-2\frac{x^2 + y^2}{{w_0}^2}\right)$$
(2.12)

3. 実験

3.1 LG ビームの生成実験

Type1 形式[2]の擬似振幅変調を行う計算機ホログラム(CGH)を作成し、CGH を SLM ヘッドに表示 する。SLM への入射光の位相を変調することで LG ビームを生成し、強度分布を撮影した。図 3.1 に使 用した光学系を示す。



図 3.1 LG ビーム生成実験の光学系

LG ビームを生成する CGH を SLM に表示し、SLM から出射した光の1次回折光の強度分布を CCD カメラで撮影した。ビームの中心と CGH の中心が一致するように SLM を平行移動して、方位角方向 に明るさのむらがなくなるように調整した。撮影した強度分布を図 3.2 に示す。





(a) m=1, p=1のLGビーム
 (b) m=1, p=2のLGビーム
 図 3.2 生成したLGビームの強度分布

3.2 m = 1, p = 1の LG ビームの光強度の評価

測定したm = 1, p = 1の LG ビームの強度分布のグラフ(図 3.3 (b))のピークを左から LM11, LM12, LM13, LM14 とし、m = 1, p = 2の LG ビームの強度分布のグラフ(図 3.3 (d))のピークを左から LM21, LM22, LM23, LM24, LM25, LM26 とする。最も内側のリングのピークに対する外側のリングのピーク の強度比を表 3.1 にまとめた。m=p=1の LG ビームの内側のリングに対する外側のリングの光強度の 比率の範囲に理論上の比率が収まった。しかし、測定値の範囲が広いので正確に理論と一致していると 言い切れない。m=1,p=2の LG ビームの最も内側のリングに対する最も外側のリングの光強度の比率の 範囲が理論値より小さくなった。外側から2つ目のリングの光強度の比率の範囲に理論値は収まった。





(b) 測定した強度分布のグラフ(m=p=1)



c) 理論の強度分布のグラフ(m=1,p=2) (d) 測定した強度分布のグラフ(m=1,p=2)
 図 3.3 LG ビームの強度分布の断面図

表 3.1 内側のリングに対する外側のリングの光強度の比率

(a) m=p=1の強度の比率

	最小の	最大の	理論上
	比率	比率	の比
LM11	0.366	0.536	0.453
LM14			

(b) m=1,p=2の強度の比率

	最小の比率	最大の比率	理論上の比
LM21	0.0877	0.171	0.318
LM26			
LM22	0.216	0.604	0.381
LM25			

4. 結論

空間光位相変調器を用いて m=p=1 および m=1,p=2 の LG ビームを生成し、最も内側のリングの光強 度に対して外側のリングの強度比を求めた。m=p=1 では光強度の比率の範囲に理論上の比率が収まっ た。m=1,p=2 では最も外側のリングの光強度の比率の範囲が理論値より小さくなった。

5. 参考文献

[1] 小島 来菜「空間光変調器を用いた高次ラゲールガウスビームの生成」(2022) 電気通信大学卒業論文
[2] Victor Arrizón, Ulises Ruiz, Rosibel Carrada, and Luis A. González, J. Opt. Soc. Am. A 24 (2007)
3500.