

# 大気中のラゲールガウスビームの伝搬シミュレーション

1113126 宮本研究室 長山 翔太

## 1 目的

本研究の目的は平面波展開によるシミュレーションを用いて、擾乱のある大気中のラゲールガウスビームの伝搬特性を明らかにすることである。擾乱は伝搬領域中にランダム位相スクリーンを等間隔に挿入することで近似する [1]。一定の伝搬距離中の擾乱を分割するスクリーン枚数がシミュレーションに与える影響についても調べる。

## 2 平面波展開

ある平面  $z=0$  における光の複素振幅分布  $u(x,y;0)$  が与えられたとき、そこから距離  $z$  だけ離れた平面上の複素振幅分布  $u(x,y;z)$  を求めることを考える。 $z$  軸に垂直な平面上の複素振幅分布を、ヘルムホルツ方程式の解を用いた展開式で記述できたら、その面から距離  $z$  だけ離れている平面上の分布も、同じヘルムホルツ方程式の解の集合と展開係数を用いて記述することができる。[2] ここで、 $k_x, k_y, k_z$  は平面波の波数ベクトル  $\mathbf{k}$  の  $x, y, z$  成分であり、波数  $k$  に対して次式を満たす。

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2, \quad k_x = 2\pi f_x, \quad k_y = 2\pi f_y \quad (1)$$

ヘルムホルツ方程式の任意の解を  $\psi = u(x, y, z) \exp(ikz)$  とする。

$u(x, y, z)$  は平面波  $\exp[i(k_z - k)z] \exp[2\pi i(f_x x + f_y y)]$  で展開できる。式 (2) に展開式を示す。

$$u(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y C(k_x, k_y) \exp[(k_z - k)z] \exp[2\pi i(f_x x + f_y y)] \quad (2)$$

$U(f_x, f_y, 0)$  を  $u(x, y, 0)$  のフーリエ変換とすると展開係数  $C(k_x, k_y) = U(f_x, f_y, 0)$  と計算される。よって式 (2) は以下となる。

$$\iint_{-\infty}^{\infty} df_x df_y U(f_x, f_y, 0) H(f_x, f_y, z) \exp\{i2\pi(f_x x + f_y y)\} \quad (3)$$

$$H(f_x, f_y, z) = \exp\{-izk(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 f_x^2 - \lambda^2 f_y^2})\} \quad (4)$$

## 3 擾乱による影響

大気は擾乱によりランダムに密度が変化しているので大気中を伝搬する時の位相変調・振幅変調を考えるのは難しい。そこで本研究ではランダムな位相変調成分を付加したパワースペクトルからランダム位相スクリーンを生成し、このスクリーンを複数回通すことで擾乱による影響を近似する。 [1]

ランダム位相スクリーンのパワースペクトルの式は [1] を参考に式 (5) を使用した。

$$|\theta(f)|^2 = 2\pi k^2 \frac{2000\text{m}}{N} \frac{2\pi}{3\text{m}} 0.033 C_n^2 \times \exp \left[ - \left( \frac{lk}{2\pi} \right)^2 \right] \left( k^2 + \left( \frac{2\pi}{L} \right)^2 \right)^{-\frac{11}{6}} \quad (5)$$

$C_n$  は擾乱の強さを表すパラメータ、 $N$  は挿入するランダム位相スクリーンの枚数、 $l, L$  は擾乱のスケールである。パワースペクトルから下記により  $\theta(f)$  を生成する。

$$|\theta(f)| = \sqrt{|\theta(f)|^2} \quad (6)$$

$$\theta(f) = |\theta(f)| \exp(i\phi) \quad (7)$$

$\phi$  は  $0 \sim 2\pi$  の一様乱数である。 $\theta(f)$  に逆フーリエ変換を行い、実部をとることで、ランダム位相スクリーン  $\Theta$  を得る。

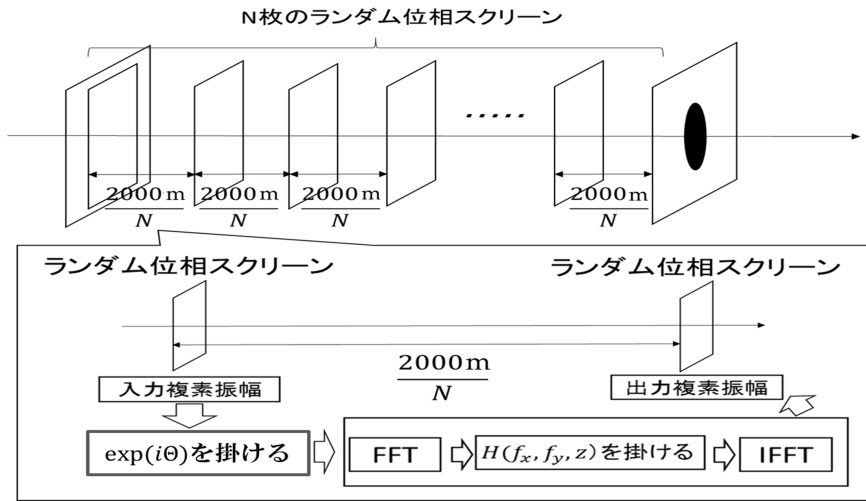


図 1: ランダム位相スクリーンを挿入した伝搬アルゴリズム

$H(f_x, f_y, z)$  は伝搬を記述する伝達関数

#### 4 Cheng et al. (2009) の概要

$N = 20$ ,  $C_n^2 = 10^{-14}\text{m}^{-\frac{2}{3}}$  と  $10^{-12}\text{m}^{-\frac{2}{3}}$  の条件下で LG ビームを  $2000\text{m}$  伝搬シミュレーションしたときの強度分布計算している。

#### 5 シミュレーション結果

図 2 にランダム位相スクリーンを挿入しないで  $2000\text{m}$  伝搬させた強度分布を示す。

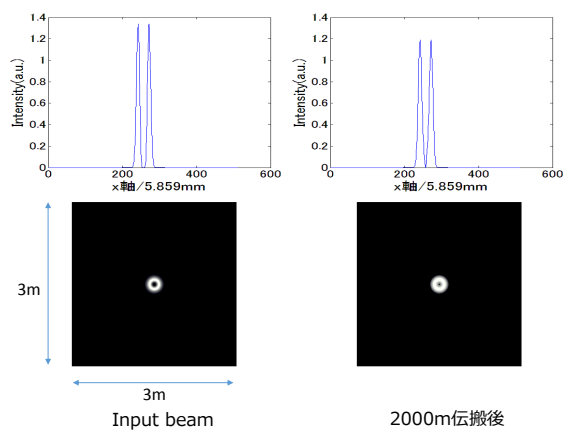


図 2: ランダム位相スクリーンを挿入しないで 2000m 伝搬させた強度分布

図 3 に  $C_n^2 = 10^{-12} \text{m}^{-\frac{2}{3}}$ 、図 4 に  $C_n^2 = 10^6 \text{m}^{-\frac{2}{3}}$  の条件下 2000m 伝搬させた強度分布をそれぞれ示す。

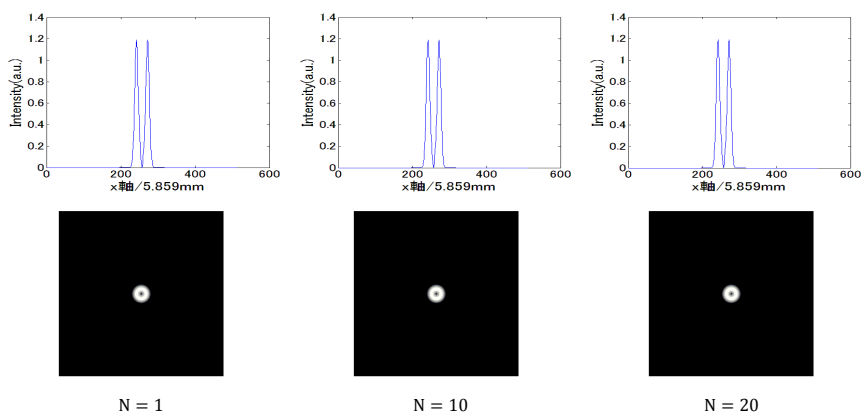


図 3:  $C_n^2 = 10^{-12} \text{m}^{-\frac{2}{3}}$  の条件下 2000m 伝搬させた強度分布

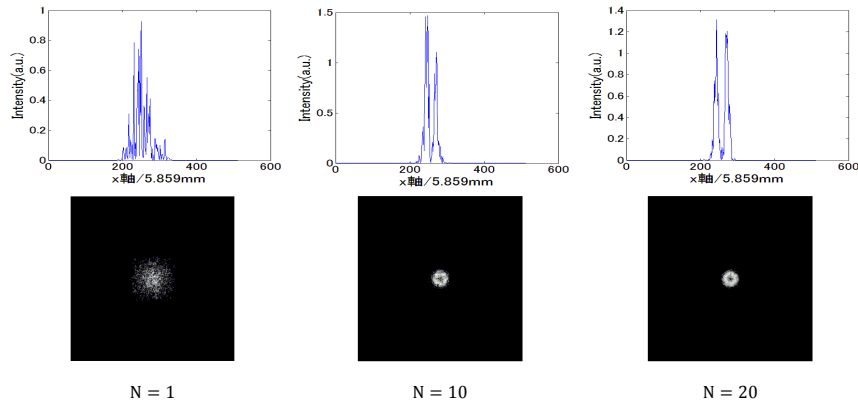


図 4:  $C_n^2 = 10^6 \text{m}^{-\frac{2}{3}}$  の条件下 2000m 伝搬させた強度分布

ランダムスクリーンなしで、2000m 伝搬した時の最大強度は入射波の最大強度に対して 88 % であった。これは伝搬した際の回折により強度分布の広がりが生じたためと考えられる。 $C_n^2 = 10^{-14} \text{m}^{-\frac{2}{3}}$ 、 $10^{-12} \text{m}^{-\frac{2}{3}}$  の条件で擾乱を付加した伝搬シミュレーションを行っても強度分布の変化はみられなかった。 $C_n^2 = 10^6 \text{m}^{-\frac{2}{3}}$  の条件で  $N = 1$  ではドーナツ状の強度分布は崩れ広がりが見られた。 $N$  の値を大きくすると伝搬後の強度分布はドーナツ状の強度分布に近づくことが確認できた。

参考論文 [1] では  $C_n^2 = 10^{-14} \text{m}^{-\frac{2}{3}}$  の条件下では伝搬後もドーナツ状の強度分布となっが、 $C_n^2 = 10^{-12} \text{m}^{-\frac{2}{3}}$  の条件下では伝搬後はドーナツ状の強度分布は崩れガウシアン分布となった。

## 6 結論

平面波展開によって伝搬シミュレーションを行い、擾乱の強さを示すパラメータ  $C_n^2 = 10^{-14} \text{m}^{-\frac{2}{3}}$ 、 $C_n^2 = 10^{-12} \text{m}^{-\frac{2}{3}}$  として計算したが、この擾乱の強さでは回折によって強度分布がわずかに広がるだけで擾乱の影響はほとんどないことが分かった。ランダム位相スクリーンの枚数  $N$  による違いもほとんど見られなかった。 $C_n^2 = 10^6 \text{m}^{-\frac{2}{3}}$  の条件で  $N = 1$  ではドーナツ状の強度分布は崩れ広がりが見られた。 $N$  の値を大きくすると伝搬後の強度分布はドーナツ状の強度分布に近づくことが確認できた。

## 参考文献

- [1] Wen Cheng, Joseph W. Haus, and Qiwen Zhan "Propagation of vector vortex through a turbulent atmosphere" *Optics Express* **17**, 17829-17836 (2009).
- [2] 和田 篤, 「位相特異点を持つ光ビームの発生と伝搬に関する研究」 電気通信大学博士論文, (2006).