

# Photonic Bandgap Fiber のバンド構造の最適化

量子・物質工学科 植田研究室 柳谷 貴紀

## 1 はじめに

レーザーを低利得域で発振させると、高利得域で寄生発振が起こる。導波路内の高利得域の光を逃がし、発振波長の光を伝播させることで、これを防ぐことができる。Photonic Bandgap Fiber (PBGF) を用いてこれを行う場合、伝播・損失させる光の波長範囲等を設計するために、PBGF のバンド構造を計算し、最適化する必要がある。

本研究は、実際に寄生発振の抑制が確認されている PBGF のバンド構造を計算し、寄生発振抑制の起源を確認することを目的とする。

## 2 原理

### 2.1 寄生発振抑制の原理

寄生発振が抑制できるような PBGF の断面図、対応するバンド構造を図2.1 に示した(簡略化して図示)。

多数の円状のロッドが周期的に並び、バンドギャップを構成する<sup>1)</sup>。中央のコアは周期構造の欠陥であり、バンドギャップ中にコアモードを形成する<sup>2)3)</sup>。

発振波長付近の光はコアモードによりコア中に存在できるが、周囲はバンドギャップであるため存在できず、コア中を伝播する。

高利得域の光はバンドギャップの外側にあり、コアの周囲にも存在でき、拡散する。

<sup>1)</sup> 黒色のバンドの間の白色の部分  
<sup>2)</sup> バンドギャップ中の黒線  
<sup>3)</sup> バンドギャップ中のコアモードであっても、Cutoff Line  $\omega = k'/n_{\text{background}}$  (図の赤線)より上にあるもの場合、発振波長の光はバンドギャップ外にリークする。

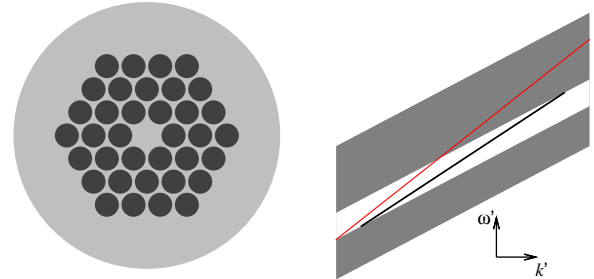


図 2.1: PBGF の断面とバンド構造

### 2.2 バンド構造の計算

バンド構造の計算方法について、1次元の場合について説明する。

#### 2.2.1 概要

バンド構造とはここでは  $\omega'$  と  $k'$  の関係を意味する。ここで

$$\omega' \equiv \omega L / 2\pi c \quad : \quad \text{Normalized Frequency}$$

$$k' \equiv k L / 2\pi \quad : \quad \text{Normalized Wave Vector}$$

$$\omega \equiv 2\pi c / \lambda$$

$$L : \text{Lattice Constant}$$

$$c : \text{The Speed of Light}$$

$$k : \text{Wave Vector parallel to } z\text{-axis}$$

$$\lambda : \text{Wave Length}$$

である。

$k'$  は任意の値を決め、 $\omega'$  は Maxwell 方程式を解くことで得られる。

Maxwell 方程式の解法には様々なものがあるが、屈折率(誘電率)分布が周期的構造を持っている場合は Plane Wave Expansion Method が有効である。

この手法では誘電率分布をフーリエ展開により和に展開し、電場・磁場を平面波展開により展開する(共に周期は

$L$ )<sup>4)</sup>

和に展開することで偏微分方程式は行列の固有値問題に変換され、固有値から  $\omega'$ 、固有ベクトルから各平面波の係数を求めることができる。

### 2.2.2 詳細

図2.2のような周期構造を持つ1次元 Photonic 結晶について考える。

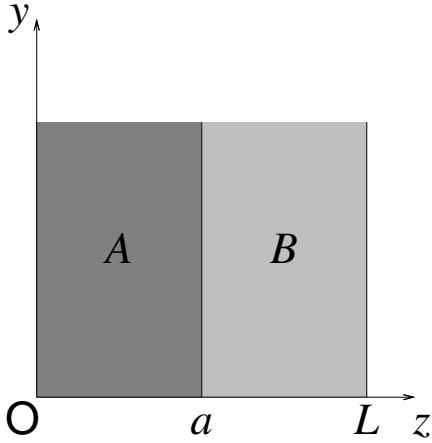


図 2.2: 1 次元 Photonic 結晶

$$L = a + b \quad (2.1)$$

真電荷や真電流、磁気モーメントが無い場合、光の伝播方向を  $z$  軸正方向とすると、Maxwell 方程式より

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E(z, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varepsilon(z) E(z, t) = 0 \quad (2.2)$$

という関係が導かれる<sup>5)</sup>。

図の誘電率分布は以下のように表される。

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} \varepsilon_A & \text{if } z \text{ is in A} \\ \varepsilon_B & \text{if } z \text{ is in B} \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\varepsilon(z) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \varepsilon_p e^{i2\pi pz/L} \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_p = \frac{1}{a} \int_0^a dz \varepsilon(z) e^{-i2\pi pz/L} \quad (2.5)$$

<sup>4)</sup>本研究で取り扱う PBGF の場合は、周期的構造はファイバーの断面上にあり繰り返しは有限であるが、計算は無限に周期的構造があると想定して行う (Super Cell)

<sup>5)</sup>磁場についても同様

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} \varepsilon_A & 0 < z < a \\ \varepsilon_B & a < z < L \end{cases} \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_p = \begin{cases} \varepsilon_A a/L + \varepsilon_B b/L & \text{for } p = 0 \\ i(2\pi p)^{-1} (\varepsilon_A - \varepsilon_B) (e^{-i2\pi pa/L} - 1) & \text{for } p \neq 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

ここで電場  $E(z, t)$  を

$$E(z, t) = e^{-i\omega t} E(z) \quad (2.8)$$

のように変数分離し、 $E(z)$  を以下のように平面波に展開する<sup>6)</sup>。

$$E(z) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} c_p e^{i(k+2\pi p/L)z} \quad (2.9)$$

(2.2) に (2.4)、(2.9) を代入すると、 $e^{i2\pi pz/L}$  についての恒等式から

$$\begin{aligned} & (k + 2\pi p/L)^2 c_p \\ & - \sum_{p'=-\infty}^{\infty} (\omega/c)^2 \varepsilon_{p-p'} c_{p'} = 0 \quad (p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \end{aligned} \quad (2.10)$$

が得られる。

ここで以下のように変数を定義して見やすくすると

$$k' \equiv kL/2\pi, \quad \omega' \equiv \omega L/2\pi c \quad (2.11)$$

$$\gamma_p \equiv (k' + p)^2, \quad \nu_{p,p'} \equiv \omega'^2 \varepsilon_{p-p'} \equiv \lambda_{p-p'} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} 0 &= (k' + p)^2 c_p - \sum_{p'} \omega'^2 \varepsilon_{p-p'} c_{p'} = \gamma_p c_p - \sum_{p'} \nu_{p,p'} c_{p'} \\ &= \gamma_p c_p - \sum_{p'} \lambda_{p-p'} c_{p'} \\ &= \gamma_p c_p - \begin{pmatrix} \vdots \\ \lambda_{p-p+1} \\ \lambda_{p-p} \\ \lambda_{p-p-1} \\ \vdots \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \vdots \\ c_{p-1} \\ c_p \\ c_{p+1} \\ \vdots \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.13)$$

のように変形できる。trivial な解を除くために行列式を 0 とする。

<sup>6)</sup>ブロッホ形式にする

$$0 = \begin{vmatrix} \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & -\gamma_{p-1} + \lambda_0 & \lambda_{-1} & \lambda_{-2} & \cdots \\ \cdots & \lambda_1 & -\gamma_p + \lambda_0 & \lambda_{-1} & \cdots \\ \cdots & \lambda_2 & \lambda_1 & -\gamma_{p+1} + \lambda_0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix} \quad (2.14)$$

数値計算においては、任意の  $k'$  と暫定解  $\omega'$  を用いてこの行列式を計算し、値が十分に小さい場合に暫定解を解とする。

この行列式の形は固有値  $-\lambda_0$ 、固有ベクトル  $c$  の固有値問題となっている。

$$0 = Bc = \{A - (-\lambda_0 E)\} c, \quad Ac = -\lambda_0 c \quad (2.15)$$

### 3 方法

#### 3.1 数値計算

数値計算には、Photonic Band 構造を計算することのできる専用のソフトウェア MPB (MIT Photonic Bands) を用いた。

#### 3.2 コアモードの確認

バンド構造をグラフに図示し、バンドギャップ中のコアモードを目で確認した。

### 4 計算結果

ロッド数  $N = 5^2 - 1$ 、ロッド直径  $d = 8.3 \mu\text{m}$ 、Index Contrast  $i_c = 0.035$  での計算結果を図4.1 に示した。

$N = 24$ 、 $d = 8.0$ 、 $i_c = 0.035$  での結果を図4.2 に示した。

$N = 24$ 、 $d = 7.7$ 、 $i_c = 0.035$  での結果を図4.3 に示した。

$N = 24$ 、 $d = 8.3$ 、 $i_c = 0.030$  での結果を図4.4 に示した。

$N = 24$ 、 $d = 8.0$ 、 $i_c = 0.030$  での結果を図4.5 に示した。

(いずれも一部のみ)

最も単純な近似における計算では、確認できたコアモードは全て Cutoff Line より上となった(図4.1)。これら<sup>7)</sup>では寄生発振の抑制はできない。

ロッド半径を下げると、バンド全体は Cutoff Line と比べて高周波(短波長)側へ移動し、コアモードはさらに Cutoff Line から離れた(図4.2、図4.3)。

屈折率を下げた場合も同様にコアモードは高周波側へ移動した(図4.4)。

両者を下げた場合も同様であった(図4.5)。

<sup>7)</sup>図の範囲では1つだけである

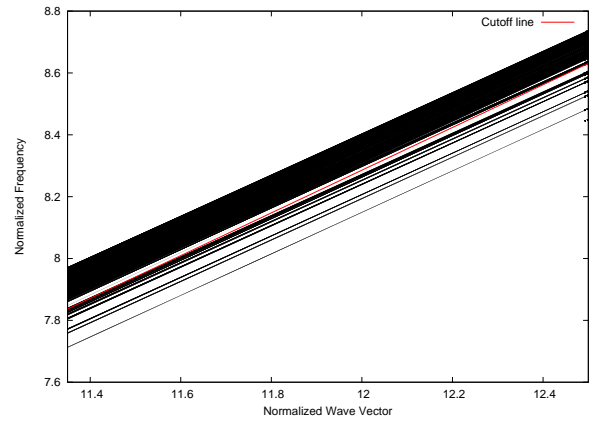


図 4.1:  $N = 24$ ,  $d = 8.3$ ,  $i_c = 0.035$

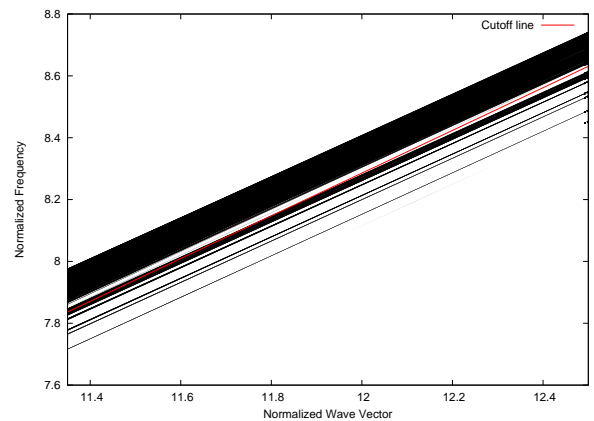


図 4.2:  $N = 24$ ,  $d = 8.0$ ,  $i_c = 0.035$

### 5 考察

起源の確認ができなかった理由として、以下が挙げられる。

- 実際の PBGF は Graded Index だが 計算では Step Index とした。

これが原因かどうかは注意深く確かめる必要がある。Step Index のままより Graded Index の状態に近づけるために、屈折率やロッド半径を小さくして計算したが、逆効果であった。

PBGF の計算では多数のロッドの平均屈折率を用いた周期構造の簡略化はできないが、個々のロッドに関しても同様にしてロッド内の平均屈折率では近似にならない可能性がある。

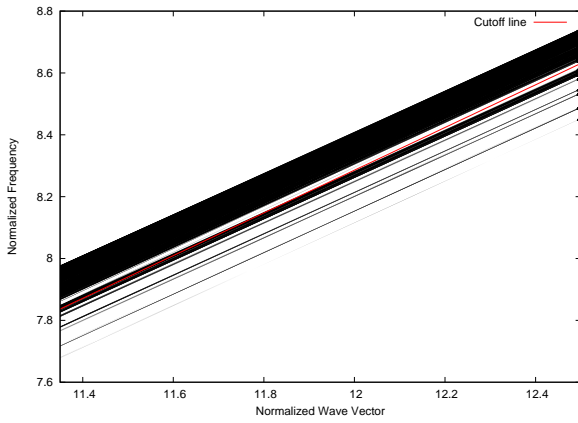


図 4.3:  $N = 24$ ,  $d = 7.7$ ,  $i_c = 0.035$

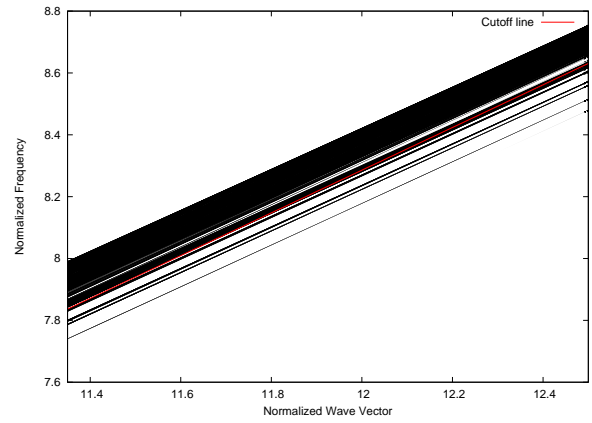


図 4.5:  $N = 24$ ,  $d = 8.0$ ,  $i_c = 0.030$

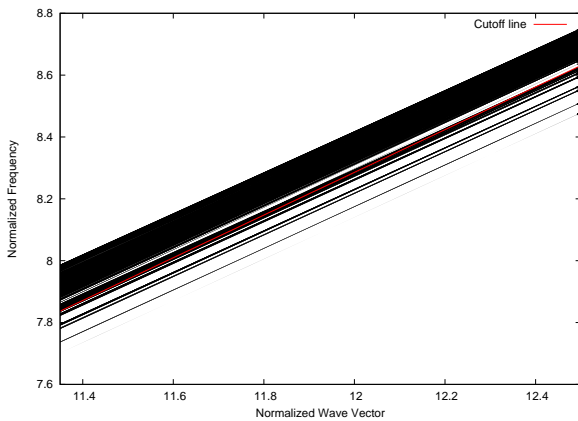


図 4.4:  $N = 24$ ,  $d = 8.3$ ,  $i_c = 0.030$

- 実際の PBGF と比べて計算におけるコアの周りのロッド数が少なすぎる（前者は 252、後者は 24）。
- 実際の PBGF は周期的構造に乱れがあり、またファイバーは直線ではない。

## 6 今後の展望

- Graded Index での計算。
- ロッド数を増加して計算。 $2^2$  倍すると計算時間はおよそ 10 倍以上になる<sup>8)</sup>。
- 乱れの影響の評価。ロッド半径などを変化させたときの波長範囲の変化の程度や傾向等を調べる。

<sup>8)</sup>Intel Core i7-920 2.66 GHz の場合、ロッド数  $5^2 - 1$  で 10 時間、 $8^2 - 1$  で 144 時間。

- 計算時間の短縮。MPB では効率の良い計算手法に不具合があるため、自分でプログラミングする。また、CPU だけでなく GPU も用いる。
- 以上を元にした実用的な最適化の実践。数学的な最適値を求めるだけでなく、実際に PBGF を作る際の結晶の乱れ等やその影響も考慮した物理的な最適化を行う。

## 参考文献

- [1] I. Inoue and K. Ohtaka. Photonic crystals: physics, fabrication and applications. *Springer series in optical sciences*.
- [2] J.D. Joannopoulos, S.G. Johnson, and J.N. Winn. *Photonic crystals: molding the flow of light*. Princeton university press, 2008.
- [3] A. Shirakawa, J. Ota, H. Maruyama, and K. Ueda. Linearly-Polarized Yb-Doped Fiber Laser Directly Operating at 1178 nm for 589-nm Generation. *Advanced Solid-State Photonics*, 2007.