

空間周波数成分に注目した面内回転角測定の実験的検証

2033119 YANG ANDONG

主任指導教員：宮本洋子

指導教員：渡邊 恵理子

1. 背景・目的

スペックルを利用して物体の変位や変形を計測する様々な手法が開発されているが、これらに比べて物体の回転変位を測定する研究はあまり進んでいない。回転変位の計測に関して、回転面内に光学素子を配置する手法が多く用いられるが、そのために適用対象に限られる。

これに対して、Luらは干渉計の高精度特性を利用して、かつ面内回転と散乱光中の特定の空間周波数成分の位相変化との間の数学的な関係に着目し、面内回転角の測定に成功した[1]。一定の回転角度に対して、回転前後の実空間領域の位相差をy軸方向に偏微分すると、一定の値となる。つまり、位相勾配の値から、回転角度を求められる。しかし回転角の算出にあたって近接した2点間のデータから位相勾配を計算しており、画像全体を有効に活用していない。勾配の計算においては物体表面情報がノイズとしてはたらし、選択した2点が違うと、計算結果も違う。

水野は、この現状に対し、Luらの手法に基づいて、物体表面の散乱光の空間周波数成分に注目して、空間周波数領域の情報を活用し、新しい手法を提案した[2]。本研究の目的はこの提案手法に従って、面内回転角測定手法の改良を実証することである。

2. 理論:

2.1 先行研究の原理:

面内変位の検出に用いるスペックル干渉計を応用する(図1)。レーザーを試験物体に照射し、散乱光中の特定の空間周波数成分を開口 AP1、AP2 によって選択する。両方の光束についてレンズで物体をカメラ上に結像する。

2 経路の光束 I_1 、 I_2 が、一定の角度で CCD カメラで重なって、生じた干渉パターン I は式(1)で表される。

式(1)の第3、4項に現れる位相差 φ は物体表面形状の情報を持つ。干渉パターンに対してフーリエ変換と周波数領域でのフィルター操作により、第3項或いは第4項の位相分布 $\varphi(x, y)$ を抽出することができる。

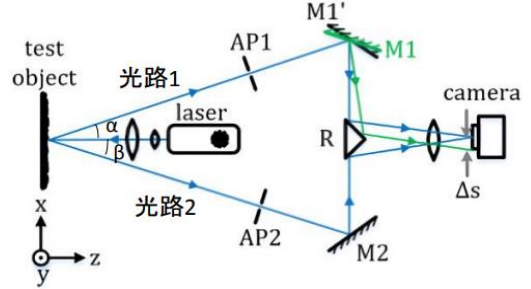


図1 面内回転計測のためのスペックル干渉計[1]: Rはプリズム、AP1、AP2は開口で、M1、M2はミラー

$$I = |I_1 + I_2|$$

$$= I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2} \exp(i\varphi) \exp[i2\pi(f_{0x}x + f_{0y}y)]$$

$$+ \sqrt{I_1 I_2} \exp(-i\varphi) \exp[-i2\pi(f_{0x}x + f_{0y}y)] \quad (1)$$

物体の面内回転変位ベクトルを $\mathbf{l}(x, y, z)$ とすると $\varphi(x, y)$ の変化 $\Delta\varphi(x, y, z)$ は下記で表される。

$$\Delta\varphi(x, y, z) = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_{21})\mathbf{l}(x, y, z) - (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_{22})\mathbf{l}(x, y, z) \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{k}_1 : レーザーからの入射光の波数ベクトル、 \mathbf{k}_{21} : 物体からミラーM1に向かう光の波数ベクトル、 \mathbf{k}_{22} : 物体からM2に向かう光の波数ベクトルである。

$$\mathbf{k}_1 = -\frac{2\pi}{\lambda}(\mathbf{w})$$

$$\mathbf{k}_{21} = \frac{2\pi}{\lambda}(\mathbf{u} \sin \alpha + \mathbf{w} \cos \alpha) \quad (3)$$

$$\mathbf{k}_{22} = \frac{2\pi}{\lambda}(-\mathbf{u} \sin \beta + \mathbf{w} \cos \beta)$$

\mathbf{u} はx方向、 \mathbf{w} はz方向の単位ベクトルで、いずれも水平方向である。面内変位測定するため干渉計の特性により、この干渉計はx方向の変位にのみ感度を持つ。

対称的な構造を作り、 $\alpha = \beta = \theta$ と設置する。式(3)を式(2)に代入する:

$$\Delta\varphi(x, y, z) = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_{21})\mathbf{l}(x, y, z) - (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_{22})\mathbf{l}(x, y, z)$$

$$= \Delta\varphi(x, y) = -\frac{2\pi}{\lambda} \left[2 \sin \theta \cdot l_x + \sin \theta \cdot \frac{\partial l_x}{\partial x} \cdot \Delta x \right]$$

$$\therefore \Delta\varphi(x, y) = -\frac{2\pi}{\lambda} \left[2 \sin \theta \cdot l_x + \sin \theta \cdot \frac{\partial l_x}{\partial x} \cdot \Delta x \right] \quad (4)$$

(4)式より、この干渉計の特性は位相の変化がx方向の変位にのみ依存することが分かる。

次は面内回転の場合のx方向の変位に関して、議論する。

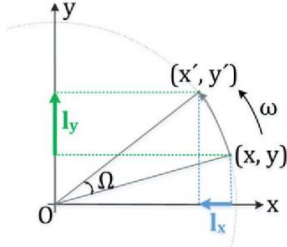


図2 回転角度 Ω に対して、物体表面のある点の変位[1]

この光学系は物体を結像するシステムであるため、物体表面の点と CCD カメラセンサー上の点が互いに対応する。物体表面のある点を (x, y) 考え、回転後の位置を (x', y') とすると、回転による変位は (l_x, l_y) は式(5)で表される (図 2)。

$$\begin{aligned} l_x &= x' - x = x \cos \Omega - y \sin \Omega - x \\ l_y &= y' - y = y \cos \Omega + x \sin \Omega - y \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)の l_x を偏微分して、式(6)を得る。

$$\frac{\partial l_x}{\partial y} = -\sin \Omega, \quad \frac{\partial l_x}{\partial x} = \cos \Omega - 1 \quad (6)$$

先ほどの位相変化と変位ベクトルの関係式(4)に代入すると、回転によるx方向の変位と位相変化の関係を導出できる。

$$\begin{aligned} \Delta \varphi(x, y) &= -\frac{2\pi}{\lambda} \left[2 \sin \theta \cdot l_x + \sin \theta \cdot \frac{\partial l_x}{\partial x} \cdot \Delta x \right] \\ &= -\frac{2\pi}{\lambda} [2 \sin \theta \cdot l_x + \sin \theta \cdot (\cos \Omega - 1) \cdot \Delta x] \end{aligned}$$

式(6)を式(4)関係式に代入して得られた上の式を観察する。前の部分の l_x しか y に依存しないため、この部分を議論する。 y で微分すると、式(7)を導出できる。

$$\frac{\partial(\Delta \varphi)}{\partial y} = -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2 \sin \theta \frac{\partial l_x}{\partial y} = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \sin \theta \sin \Omega \quad (7)$$

$$\Omega = \arcsin \left[\frac{\lambda}{4\pi \sin \theta} \cdot \frac{\partial(\Delta \varphi)}{\partial y} \right] \quad (8)$$

式(8)の \arcsin の引数には2つの部分があり、前の部分は波長と光学系の構造によって決まる角度 θ からなり、定数となる。後ろは y 方向の位相変化である。回転角度が決定すると、前の部分が定数なので、 y 方向の位相変化も一定の値となる。つまり、位置によらない一定の勾配を観察できる。位相勾配の大きさと方向より、回転角とその回転方向を同時に測定できる。

干渉信号から直接得られる回転による位相変化は、図3上のように $-\pi$ から π の間に折り畳まれている。この折り畳みをラッピングと呼び、折り畳みを解消する操作をアンラッピングと呼ぶ。図3下の図はアンラッピングした位相変化である。位相勾配の大きさと方向は回転角とその回転方向に依存するので、大きさと方向から両者を測定できる。Luらはアン

ラッピングを避けるために物体表面上の距離が短い2つの点から位相勾配を求めた。

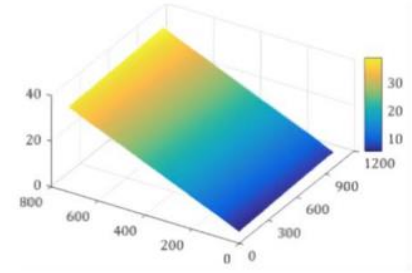
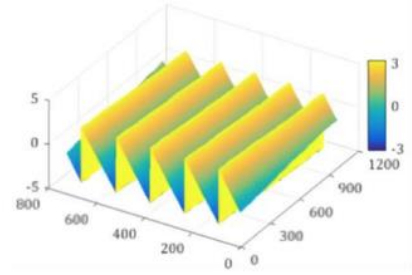


図3 上：ラッピングされた位相変化 下：アンラッピングされた位相変化[1]

2.2 提案手法:

先行研究において、Luらは面内回転と散乱光中の特定の空間周波数成分の位相変化との間の数学的な関係に着目し、面内回転角の測定に成功したが、アンラッピングを避けるために物体表面上の距離が短い2つの点から位相勾配を求めた。しかし一般に勾配を計算するためには距離が長い2点を使った方がよく、さらに勾配の計算においては物体表面情報がノイズとしてはたらき、選択した2点が違えば、計算結果も違う。そのため、画像全体の情報を用いる手法を提案し実証する。

先行研究の部分で述べた通り、レーザー光で物体表面を照射したら、反射された散乱光は中の2経路の光束 I_1, I_2 が、一定の角度で CCD カメラで重なって、生じた干渉パターン I は式(1)で表される。

式(1)の第3、4項には位相差 φ があり、この位相差 φ は物体表面の高さのため生じる。つまり、物体表面形状の情報を持つ。フーリエ変換と周波数領域でのフィルター操作により、第3項或いは第4項の位相分布 $\varphi(x, y)$ を抽出することができる。

今回の提案手法は位相変化の勾配から面内回転角度を求め
るのではなく、干渉縞のスペクトルの相関関数から回転角度
を求める。

式(1)を表すように、干渉縞をフーリエ変換すると、周波
数領域でスペクトルは三つの成分に分かれる。

図4で示すように、干渉縞のフーリエ変換は三つの部分が
あり、それらは式(1)に対応している。中心の部分は $I_1 + I_2$
で、直流成分と呼ぶ。この部分は干渉縞の背景強度分布の情
報を持つ。両側の部分は位相信号がある部分である。

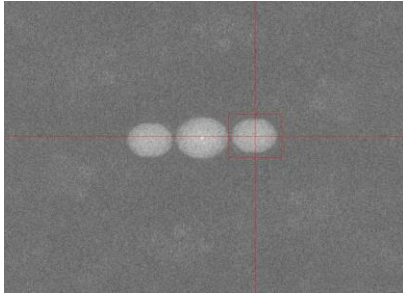


図4 干渉縞のスペクトル

式(1)で、 $I_1 + I_2 = a(x, y)$ 、 $\sqrt{I_1 I_2} \exp(i\varphi) \exp[i2\pi(f_{0x}x)] =$
 $c(x, y)e^{i2\pi(f_{0x}x)}$ 、 $\sqrt{I_1 I_2} \exp(-i\varphi) \exp[-i2\pi(f_{0x}x)] =$
 $c(x, y)^* e^{-i2\pi(f_{0x}x)}$ とにおいて、フーリエ変換すれば、式(9)が得ら
れる。

$$F[I(x, y)] = F[a(x, y) + c(x, y)e^{i2\pi(f_{0x}x)} + c(x, y)^* e^{-i2\pi(f_{0x}x)}]$$

$$= A(f_x, f_y) + C(f_x - f_{0x}, f_y) + C^*(-f_x - f_{0x}, -f_y) \quad (9)$$

ここで $C(f_x - f_{0x}, f_y)$ の部分の変化に注目する。次は回転し
た後の干渉縞を議論する。

回転過程中の座標変化式(5)により、物体を角度 Ω で回転させ
た後の座標は：

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \Omega - y \sin \Omega \\ y' &= y \cos \Omega + x \sin \Omega \end{aligned} \quad (10)$$

ここで回転角度が非常に小さいので、 $\cos \Omega \approx 1$ 、 $\sin \Omega \approx \Omega$
と近似する。

$$\begin{aligned} x' &= x - y\Omega \\ y' &= y + x\Omega \end{aligned} \quad (11)$$

回転角度 Ω により物体表面のある点の座標は $(x-y\Omega, y+x\Omega)$ へ
変化した。

変位が微小であること、干渉計が x 方向の変位にのみ感度を
もつことを考慮すると、回転後の干渉信号は $c'(x, y) =$
 $c(x, y)e^{-2\pi i f_s y \Omega}$ となる。ただし $f_s = \frac{1}{2\pi}(k_{22x} - k_{21x})$ である。

式(9)に基づいて、回転した後の干渉縞は式(12)で表される。
回転した干渉縞をフーリエ変換すれば、以下の式(13)を導出で
きる。式(13)の第2項に注目しよう。

$$I'(x, y) = a(x, y) + c(x, y)e^{2\pi i(f_{0x}x - f_s y \Omega)} + c^*(x, y)e^{-2\pi i(f_{0x}x - f_s y \Omega)} \quad (12)$$

$$F[I'(x, y)] = A(f_x, f_y) + C(f_x - f_{0x}, f_y + f_s \Omega) + C^*(-f_x - f_{0x}, -f_y + f_s \Omega) \quad (13)$$

$C(f_x - f_{0x}, f_y + f_s \Omega)$ は回転した後の干渉信号のスペクトルで
あり、 $C(f_x - f_{0x}, f_y)$ は回転前の干渉信号のスペクトルであ
る。式(9)と式(13)を比べて、回転により、関数 C には空間領
域で f_y 軸方向の変位 $f_s \Omega$ が生じる。

提案手法は周波数領域での f_y 軸方向の変位 $f_s \Omega$ に注目して、
回転角度を求める。

2.3 シフト量の抽出

ここで、位相分布の抽出はフーリエ法で処理する。回転前
後に撮影した2枚の強度分布画像をフーリエ変換し、フィル
ターで位相分布の情報がある部分 C を抽出して原点へ移動す
ると、回転前における位相分布の情報がある部分 $C(f_x - f_{0x}, f_y)$
は $C(f_x, f_y)$ となり、回転後における位相分布がある部分 $C(f_x -$
 $f_{0x}, f_y + f_s \Omega)$ は $C(f_x, f_y + f_s \Omega)$ となる。両者を逆フーリエ変換す
ると、それぞれ干渉信号 $c(x, y)$ と $c'(x, y) = c(x, y)e^{-2\pi i f_s y \Omega}$ が得
られる。

ここで、式(14)、(15)の通り、関数 $d(x, y)$ とそのフーリエ変
換を定義する。

$$d(x, y) = c(x, y)c^*(x, y) \quad (14)$$

$$F[d(x, y)] = D(f_x, f_y) \quad (15)$$

ここで、回転前の干渉信号： $c(x, y)$ と回転後の干渉信号の位
相共役： $c^*(x, y)e^{2\pi i f_s y \Omega}$ の積を考えると、そのフーリエ変換は
式(16)となる。

$$F[c(x, y)c^*(x, y)e^{2\pi i f_s y \Omega}] = D(f_x, f_y - f_s \Omega) \quad (16)$$

式(16)で表すように、回転がない場合の式(14)と比べて、 f_y
方向のシフト量 $f_s \Omega$ が観察できると期待される。

この計算過程により、 $f_s \Omega$ の大きさと正負から、回転角度と
方向を同時に求める。

3. 実験

3.1 光学系

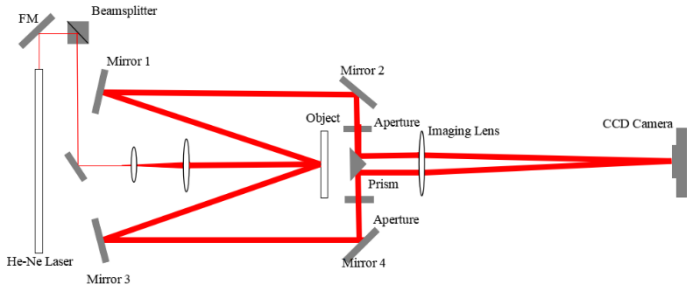


図5 本研究で使用した光学系

本研究で使った光学系は図5の通りである。Luらの光学系とほぼ同様の、対称的な構造を作り出す。

回転ステージはマイクロメータ式で、精度が0.01度である。光学系の倍率が0.2275倍で、 $\sin \theta$ が $0.3125(\pm 0.0065)$ となる。

使ったレーザーはスペクトラ・フィジックス社の製品107B-02で、波長632.8 nmのヘリウムネオンレーザーである。このレーザーの特徴はコヒーレンス長が長いから、干渉計測に適する。CCDカメラは浜松ホトニクス社の製品でピクセルのサイズが $6.5 \mu\text{m}$ である。

絞りの穴が1 mmの場合、図8のように干渉現象が観察できる。

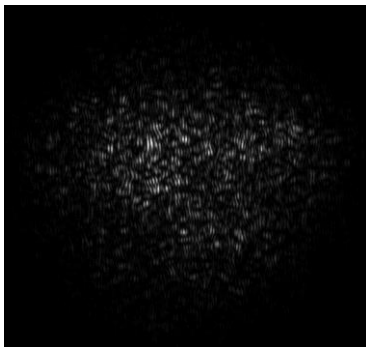


図8 干渉縞の様子

3.2 結像の確認

まずは、結像の確認を行う。物体表面の点とCCDカメラセンサー上のピクセルが互に対応していることを確認をする。

物体表面で文字がある紙を張って、両側の光束を1つずつカメラに入射して、文字がはっきり観測できるまで、CCDカメラの位置を光軸に沿って移動させる。この時の位置を記録

する。記録した位置は2つあり、経路1あるいは経路2の光束の結像の位置である。

次は両側の光束を同時に入射し、記録された2つの位置の間でカメラを移動し、結像が最も良い位置を探す。結果を図9に示す。

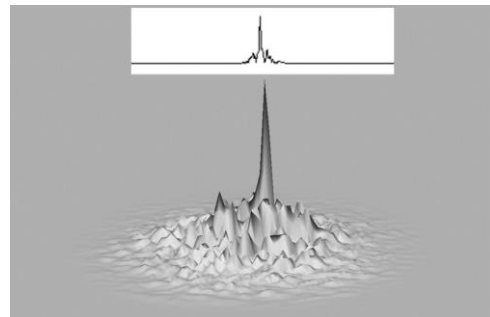


図9: 結像している状態

4. データの獲得と解析

物体を0度から、0.14度まで、0.01度ずつ回転する。隣接する回転角の間には0.01度の回転による変化があり、 y 軸方向に変化する折り畳まれた位相分布が観測できる。結果はビームの断面内で折り畳みの周期の3から4倍の位相変化が観測できて、隣接回転角の組み合わせによって勾配のばらつきがあった。実際の回転角にばらつきがあったと考えられる。

回転前の信号成分 c と回転後の信号成分の位相共役 c^* との積 cc^* を求めて、フーリエ変換すると、 f_y 軸方向におけるピークが観測できて(図10)、このピークの位置と原点間の距離をシフト量と呼ぶ。回転角度が0.01度の場合のシフト量は単位空間周波数(画像の縦の幅の逆数)を単位として4から5であ



る。

図10 cc^* のスペクトル。最大値の位置の原点からの距離をシフト量と呼ぶ。

実験結果により、シフト量の変化は0.01度あたり約4から5単位空間周波数であり、最大0.11度までシフト量が観測できることから、測定範囲について0.11度以内の回転は測定可能と判断できる。回転角度とシフト量との間には非常に良い比例関係がある(図11)。比例関係により、シフト量を検出したら、回転角度を簡単に求めることができる。

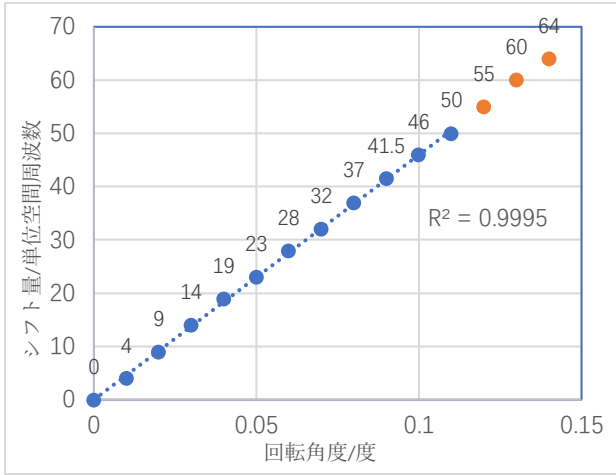


図 11 回転角度とシフト量の関係

回転角度 m の場合のシフト量を a 、回転角度 n の場合のシフト量を b とすると、回転角度 $m+n$ であればシフト量が $a+b$ となる。回転角度が大きくなりシフト量が観察できない場合、この特徴から、シフト量を予測できる。

ここで、シフト量から回転角度を計算する方法を説明する。

定義により、 y 方向の位相の変化率が y 方向の空間角周波数である。そのため、式(17)が得られる。ここで、 n_{fy} はシフト量、 Δf_y は単位空間周波数である。

$$\frac{\partial(\Delta\phi)}{\partial y} = 2\pi f_y = 2\pi n_{fy} \Delta f_y \quad (17)$$

$$\Delta f_y = \frac{1}{L_y} \quad (18)$$

ここで、 L_y は撮影画像の y 方向の大きさ、つまり、実際の撮影範囲である。

式(7)において、回転角度が非常に小さいので、 $\sin\Omega \approx \Omega$ とする。

$$\frac{\partial(\Delta\phi)}{\partial y} = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \sin\theta \sin\Omega = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \sin\theta \Omega \quad (19)$$

$$2\pi n_{fy} \Delta f_y = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \sin\theta \Omega \quad (20)$$

$$\Omega = \frac{\lambda n_{fy}}{2 L_y \sin\theta}$$

式(20)に光学系のパラメータを代入すると、式(21)を得る。変数 n_{fy} にシフト量の実測値を代入すると、回転角度が算出できる。

$$\Omega = \frac{\lambda n_{fy}}{2 L_y \sin\theta} = n_{fy} \cdot \frac{632.8 \text{ nm}}{2 \times (29.01 \pm 0.80) \text{ mm} \times (0.3125 \pm 0.016)}$$

$$= (3.4901 \pm 0.2832) n_{fy} \times 10^{-5} \text{ rad} \quad (21)$$

シフト量が4の場合、計算した回転角度が 0.0081 ± 0.00065 度、シフト量が5の場合、計算した回転角度が 0.010 ± 0.00081 度となる。

計算の中で、結像の倍率と2経路の光束のなす角の角度 $\sin\theta$ の計測は精密ではないため、これらが不確かさに寄与する。回転ステージで設定した回転角度との比較を図12に示す。

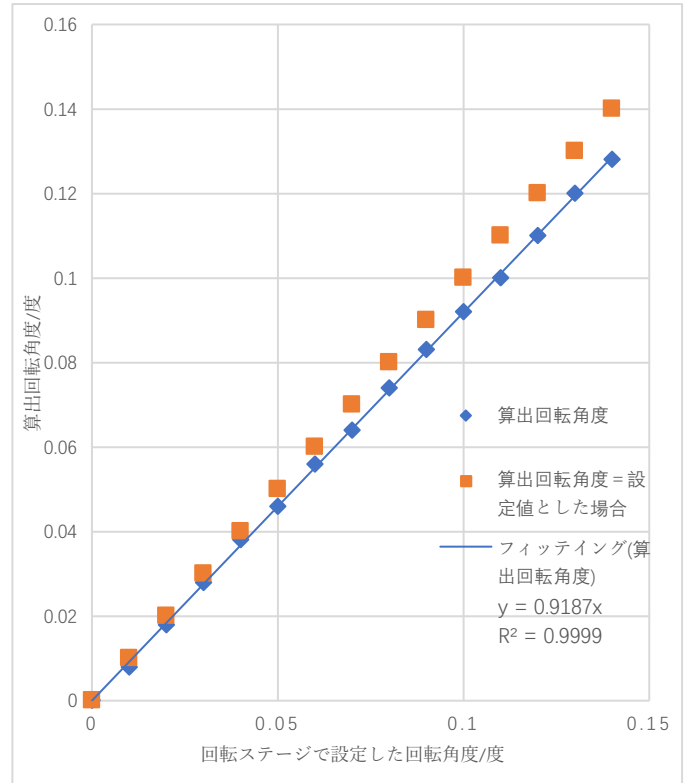


図 12 算出回転角度と回転ステージで設定した回転角度の関係

図13は $\arg(cc^*)$ によって求めた実空間領域の位相変化 $\Delta\phi(x,y)$ である。0度から、0.01度ずつ0.14度まで物体を回転したときの干渉パターンから求めた結果である。

Luらの手法による角度の測定範囲を検討するため、図13から区間 $[-\pi, \pi]$ での位相の折り畳みの空間周期を求め、そこからさらに位相勾配を求めることを検討した。ここで、回転角度の増加と共に位相変化が大きくなるから、折り畳みの空間周期が短くなる。更に回転角度が大きくなると、周期が非常に短くなり、物体表面の情報がノイズとして影響するから、視覚的には勾配は明らかでなくなる。

図14は回転角度0.04度の場合の位相変化である。勾配は視覚的に見えなくなっている。

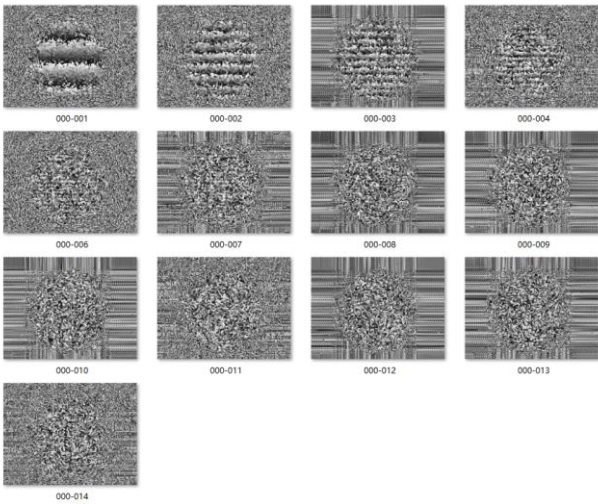


図 13 実空間領域の位相変化。000-XXX は回転ステージの設定角度 0 度と $XXX \times 0.01$ 度のデータの間の位相変化であることを示す。

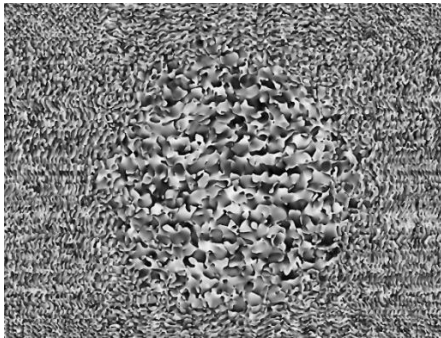


図 14 回転角度 0.04 度に対する実空間の位相変化

一方、 cc^* のスペクトルについても、図 15 で示すように、回転角度の増加と共に、ノイズが増加して複数のピークが現れるようになる。0.11 度に対して、シフト量が 50 単位空間周波数となる。

前述の通り回転角度 0.01 度あたり約 4 から 5 単位空間周波数のシフトが現れる。回転角度が 0.11 度を超えると、回転角度に対応するスペクトルのピークは存在するが、他のピークに対して高さが最大ではなくなるので、シフト量の判断が難しい。回転角度 0.14 度になると、回転角度に対応するピークが減衰し、見えなくなる。

5. 実験結果のまとめ

周波数空間でのシフト量が回転ステージで設定した回転角度に比例することが確認できた。このシフト量から物体の回転角を計算できる。

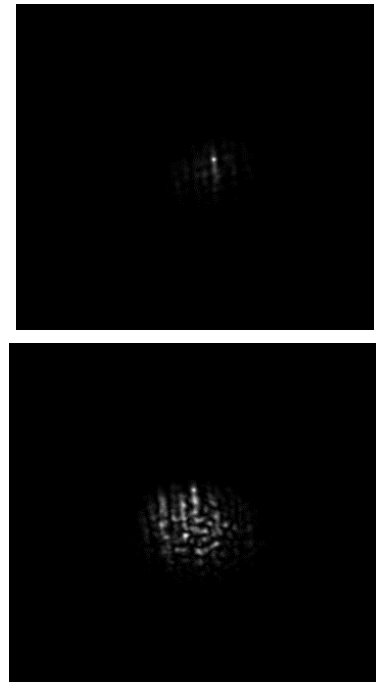


図 15 上：回転角度 0.02 度場合の cc^* のスペクトル 下：回転角度 0.11 度場合の cc^* のスペクトル

Lu らの手法と比べると、画像全体の情報を使用するため、誤差が少ないと期待される。

また、回転角が大きくなると物体表面情報を持つノイズの影響で勾配を視覚的に観察することが困難となり、Lu らのように「近接した 2 点」から勾配を計算することが困難となる。

提案手法は、周波数空間のシフト量により回転角度を測定するので、図 14 のように勾配の観察が難しい場合も測定できる。同じ光学系やパラメーターの条件に対して、Lu らの手法と比較すると、提案手法は測定範囲を拡大することが可能である。

まとめ:

光学系を作製して干渉縞画像を撮影し、提案手法に従ってデータ処理を行い、周波数空間でのシフトを求めることができた。回転角度とシフト量が比例関係を持つ。シフト量とその符号から、回転角度と回転の方向を同時測定できる。先行研究と比べて、測定範囲と精度を向上させることが期待される。

参考文献

1. Min Lu et al., Opt. Lett. **42**, 1986 (2017).
2. 水野宏紀, 「空間周波数成分に注目した面内回転角測定の改良」, 電気通信大学 修士論文, (2020)