# 軌道角運動量密度分布測定のためのサニャック型回転シア干渉計の改良

2033032 神田 涼吾

主任指導教員:宮本 洋子 指導教員:清水 亮介

#### 1. 背景·目的

本論文の目的は、先行研究[1]において提案された ビーム断面内軌道角運動量密度分布を測定する手法に ついて、光学系の設計やアライメント方法を改良し、 非点収差を加えたラゲールガウス(LG)ビームの軌道 角運動量の測定を行うことである。近年、細胞操作の ための光ピンセット技術や材料加工を目的とした複雑 な構造を持つ光ビームが生成されている。これらの応 用を進めるためには力学的性質であるビーム断面内の エネルギーの流れが設計通りに実現できていることが 確認できることが望ましい。先行研究[1]では回転シ ア干渉計という二光路を伝搬する光波の間に光軸周り の回転ずれ(シア角)を発生させて重ね合わせる干渉計 を用いてビーム断面内の軌道角運動量密度分布の測定 行った。LG ビームの測定においてはストークスパラ メターS3の積分値がシア角と比例し、理論通りの軌道 角運動量が測定できた。しかし、非点収差を加えた LG ビームの測定においてはS3の積分値がシア角と比 例しなかった。原因としては、P 偏光とS 偏光のビー ム位置の不一致が挙げられた。そこで本研究では、P 偏光とS 偏光を一致させるための CCD カメラとフィ ッティングを用いたアライメント方法を提案する。ま た、1/2 波長板を干渉計の前に設置して干渉計内の P 偏光と S 偏光のバランス調整を行うことで位相差の 補正を不要とし光学系の簡素化を行う。

#### 2. 原理

#### 2.1 偏光

z軸方向に伝搬する平面波について考える。電場の x軸方向(水平方向)成分*E<sub>x</sub>、y*軸方向(鉛直方向)成分 *E<sub>y</sub>* を

$$E_{x} = A_{x}e^{i(kz-\omega t+\alpha)}$$
(1)  
$$E_{y} = A_{y}e^{i(kz-\omega t+\beta)}$$
(2)

と表す。ここで $A_x$ 、 $A_y$ はx成分、y成分の振幅、 $\alpha$ 、 $\beta$ はそれぞれx成分とy成分のz = 0、t = 0での位相、kは波数、 $\omega$ は角周波数である。式(1)と式(2)の実部をとると

$$\operatorname{Re}[E_x] = E'_x = A_x \cos(kz - \omega t + \alpha) \quad (3)$$
  
$$\operatorname{Re}[E_y] = E'_y = A_y \cos(kz - \omega t + \beta) \quad (4)$$

となり、式(3)、式(4)からtを消去し、 $E'_x \ge E'_y$ が描く 軌跡を表す式を求めると、

$$\left(\frac{E'_x}{A_y}\right)^2 + \left(\frac{E'_y}{A_y}\right)^2 - 2\left(\frac{E'_x}{A_y}\right)\left(\frac{E'_y}{A_y}\right)\cos\delta = \sin 2\delta \quad (5)$$

となる。ここで、 $\delta = \beta - \alpha$ である。式(5)は楕円を表 す式になっており、 $0 \le \delta < \pi$ のときに左回りの楕円偏 光、 $\pi \le \delta < 2\pi$ のときに右回り楕円偏光を表す。また、  $\delta = 0$ または $\pi$ のときは直線偏光を表し、 $\delta = \pi/2$ または  $3\pi/2$ かつ $A_x = A_y$ のとき円偏光を表す。

#### 2.2 ストークスパラメター

ストークスパラメターは光強度から求められるパ ラメターであり、偏光状態を定量的に求め計算するう えで便利である。x軸方向の直線偏光成分の強度をl<sub>0</sub>、 y軸方向の直線偏光成分の強度をl<sub>90</sub>、x軸と偏光方向 のなす角が45°の直線偏光成分の強度をl<sub>45</sub>、x軸と偏光 方向のなす角が135°の直線偏光成分の強度をl<sub>135</sub>、右 回り円偏光の強度をl<sub>RC</sub>、左回り円偏光の強度を l<sub>LC</sub> と すると各偏光成分の強度は以下の式で表せる。

$$I_{0} = A_{x}^{2} \quad (6)$$

$$I_{90} = A_{y}^{2} \quad (7)$$

$$I_{45} = \frac{1}{2}A_{x}^{2} + \frac{1}{2}A_{y}^{2} + A_{x}A_{y}\cos\delta \quad (8)$$

$$I_{135} = \frac{1}{2}A_{x}^{2} + \frac{1}{2}A_{y}^{2} - A_{x}A_{y}\cos\delta \quad (9)$$

$$I_{RC} = \frac{1}{2}A_{x}^{2} + \frac{1}{2}A_{y}^{2} - A_{x}A_{y}\sin\delta \quad (10)$$

$$I_{LC} = \frac{1}{2}A_{x}^{2} + \frac{1}{2}A_{y}^{2} + A_{x}A_{y}\sin\delta \quad (11)$$

本研究では、x軸方向の偏光成分は P 偏光成分、y軸 方向の偏光成分はS 偏光成分に対応している。ストー クスパラメターは一般的に*I*<sub>0</sub>、*I*<sub>90</sub>、*I*<sub>45</sub>、*I*<sub>135</sub>、*I<sub>RC</sub>、<i>I<sub>LC</sub>* を用いて以下のように定義される。

$$S_0 = I_0 + I_{90} \quad (12)$$
  

$$S_1 = I_0 - I_{90} \quad (13)$$
  

$$S_2 = I_{45} - I_{135} \quad (14)$$
  

$$S_3 = I_{RC} - I_{LC} \quad (15)$$

#### 2.3 ダブプリズム

本研究では回転シアの導入のためにダブプリズム を使用する。ダブプリズムは図1のような台形型のプ リズムである。



図1. ダブプリズムの入射光と出射光イメージ

図1のように底面から上面を見た方向にとった矢印 の像を入射すると、底面で全反射し、像の上下が反転 してダブプリズムから出射する。本研究ではダブプリ ズムを回転ホルダーにマウントすることでダブプリズ ムを回転させた。ダブプリズムを光軸周りに0回転さ せると出射光の像は入射光の像を方位角方向に20回 転させたものになる。

#### 2.4 回転シア干渉計

本研究で作製した回転シア干渉計を図2に示す。



図 2. 回転シア干渉計(M:ミラー、PBS:偏光ビームスプリッ ター)

干渉計に入射した光波は偏光ビームスプリッター (PBS)によって P 偏光と S 偏光の 2 つの光波に分けら れる。P 偏光は、PBS→ミラー1→ミラー2→ミラー3 →ダブプリズム→PBS→CCD カメラの順に伝搬し、S 偏光は、PBS→ダブプリズム→ミラー3 →ミラー2→ ミラー1→PBS→CCD カメラと P 偏光とすれ違うよう に伝搬する。



図3の赤、青の図の右方向を向いた矢印はそれぞれ

P 偏光、S 偏光の像である。P 偏光はミラーM1、M2、 M3 で反射し左方向を向いた像になりの回転したダブ プリズムでの反射で最初の 像から20回転した像にな る。S 偏光は P 偏光と進行方向が逆のため、ダブプリ ズムは-0回転していることになり、最終的に最初の 像から-20回転した像になる。結果、P 偏光と S 偏光 の像の向きを比較すると40のずれが生じ、この 40が 本研究において干渉計で導入するシア角となる。

#### 2.5 回転シア干渉計による角運動量の測定

本研究では P 偏光(0°の直線偏光)を測定対象として いる。P 偏光を $u(r, \theta)$ 、 $-\Delta \theta$ シフトした S 偏光を $u(r, \theta + \Delta \theta)$ とする。この 2 つの合成波の右回り円偏光成分の 強度は、

$$I_{RC} = \frac{|u(r,\theta)|^2}{2} + \frac{|u(r,\theta + \Delta\theta)|^2}{2} + \operatorname{Re}\left[u(r,\theta)^*(-i)\frac{\partial u(r,\theta)}{\partial\theta}\right]\Delta\theta \quad (16)$$

となる。また、左回り円偏光成分の強度は、

$$I_{LC} = \frac{|u(r,\theta)|^2}{2} + \frac{|u(r,\theta + \Delta\theta)|^2}{2} - \operatorname{Re}\left[u(r,\theta)^*(-i)\frac{\partial u(r,\theta)}{\partial \theta}\right]\Delta\theta \quad (17)$$

$$\varepsilon ts \delta_{\circ} \quad z = \overline{c}, \quad z \models -\rho z \not \beta \neq S_3 tt,$$

$$S_{3} = I_{RC} - I_{LC} = 2\operatorname{Re}\left[u(r,\theta)^{*}(-i)\frac{\partial u(r,\theta)}{\partial \theta}\right]\Delta\theta \quad (18)$$

となる。S<sub>3</sub>を測定することで、角運動量密度に相当する値を直接測定することができる。

本研究では、ラゲールガウスビームについて測定を行う。 ラゲールガウスビームの光波 *u*を円筒座標系 (*r*,*θ*,*z*)を用いて表すと、

#### $u(r,\theta,z) = u(r,z)\exp(im\theta)$ (19)

となる。mは方位角方向のモード指数とする。このラ ゲールガウスビームを回転シア干渉計に入射したとき のS<sub>3</sub>およびS<sub>0</sub>は

# $S_{3} = 2|u(r,z)|^{2}m\Delta\theta \quad (20)$ $S_{0} = 2|u(r,z)|^{2} \quad (21)$

となる。 $S_3$ は光波の強度 $S_0 \ge m\Delta\theta$ の積で表すことができ、軌道角運動量密度と $\Delta\theta$ の積である。また、 $S_3$ を積分することでビーム断面内の軌道角運動量、 $S_0$ を積分することでビーム断面内のパワーを求めることができる。ビーム断面内の積分を $\int_D dD$ と書くと以下のようになる。

$$IS_{3} = \int_{D} S_{3}dD = 2m\Delta\theta \int_{D} |u(r,z)|^{2}dD \qquad (22)$$
$$IS_{0} = \int_{D} S_{0}dD = 2\int_{D} |u(r,z)|^{2}dD \qquad (23)$$

となる。これより、パワー当たりの $S_3$ の積分値は $\Delta \theta$ に 比例し、比例係数mがパワーあたりの軌道角運動量を 与える。

#### 3. 干渉計内の P 偏光、S 偏光のバランス調整

 $S_3$ から軌道角運動量密度分布を得るためには、シア 角 $0^\circ$ の状態で P 偏光と S 偏光が同振幅・同位相で出射 し、出射光中の135°の直線偏光成分が 0 となっている ことが必要である。干渉計に135°の直線偏光を入射し、 干渉計内で $\pi$ の位相差が生じて出射光が45°の直線偏光 となるよう設計されている。先行研究ではこの状態が 得られなかったため、P 偏光と S 偏光の間に位相差が 存在すると考え、波長板を追加して補正を行った。ま た、その副作用として偏光成分の読み替えも必要とし た。しかし、本研究で干渉計出射光の P 偏光と S 偏光 のパワーを測定したところ、一致していなかった。入 射時の P 偏光と S 偏光のパワーのバランスの見直しに より出射光中の135°の直線偏光成分を 0 に近づけるこ とができる可能性があり、光学系とデータ処理の両方 を簡素化できると考えた。

#### 3.1 干渉計内の偏光依存の損失



図 4. 干渉計内の損失測定のための光学系(P:偏光板、M:ミ ラー、PBS:偏光ビームスプリッター)

図 4 のようにダブプリズムを M3 と PBS の間に底 面が干渉計の内側を向くように設置し、偏光板 P2 に よって干渉計入射光の P、S 偏光を選択した。偏光板 P1 の透過軸の角度は135°で固定してある。そして、 干渉計の各素子の前後のパワーを測定することで偏光 依存のロスを測定した。偏光ごとの損失を表1に記す。

表1.干渉計内の偏光ごとの損失

P 偏光依存の損失	S 偏光依存の損失
-46.6%	-49.0%

よって S 偏光のほうが 2~3%程度干渉計全体のロスが 大きいことがわかった。

#### 3.2 1/2 波長板を用いた P 偏光、S 偏光のバランス調整



図 5. 1/2 波長板を用いて偏光成分間のバランス補正を行う 光学系(P:偏光板、HWP:1/2 波長板、QWP:1/4 波長板、 M:ミラー、PBS:偏光ビームスプリッター)

図 5 のように干渉計の前に 1/2 波長板を設置した。そ の後、出射光の135°の直線偏光成分が最も小さくなる ように 1/2 波長板の角度を設定した。その時のそれぞ れの偏光成分の強度分布を撮影した。撮影した画像を 次に示す。



 (e) I<sub>RC</sub>
 (f) I<sub>LC</sub>

 図 6.1/2 波長板を用いたときの各偏光成分の強度分布

理想では $I_{135}$ が0でそのときの $I_0 \ge I_{90}$ 、 $I_{RC} \ge I_{LC}$ が一致 しているはずだが、図6をみると $I_{135}$ が $I_{45}$ の28%の強 度であり、円偏光成分間では強度のほとんどを $I_{RC}$ が 占めている。この結果より、1/2 波長板でのバランス 調整だけでは $I_{135}$ を0にすることはできず、干渉計内 で設計上想定していない位相差が発生していることが 分かった。

- 4. 干渉計内で発生している位相差の評価
- 4.1 位相差の補正がないときのストークスパラメター 測定



図 7. 位相差の補正がないときのストークスパラメター測定 のための光学系(P:偏光板、QWP:1/4 波長板、M:ミラ ー、PBS:偏光ビームスプリッター)

1/2 波長板をはずして干渉計に135°の直線偏光を入 射し、出射光のストークスパラメターを測定すること で、干渉計内で発生している位相差を評価する(図 7)。まずそれぞれの偏光成分の強度を図8に示す。



 (e) I<sub>RC</sub>
 (f) I<sub>LC</sub>

 図 8. 位相差の補正がないときの各偏光成分の強度分布

次に強度分布から計算したストークスパラメターの分 布と位相差の分布を図9に示す。





 (e)位相差δ
 図 9. 位相差の補正がないときのストークスパラメターと 位相差の分布

位相差の分布を見るとビーム断面全体で負の位相差が 存在することがわかる。ここで $S_2 \ge S_3$ のビーム断面内 の平均値を求める。分布は  $1024 \times 1344$  pixel の画像で あり最も左上の座標を(1,1)、最も右下の座標を  $(1024,1344) \ge する。この とき、(442,211)、$ (839,211)、(442,352)、(839,352) で囲まれた範囲(図の赤い四角で囲んだ部分)をビーム断面の一部とし、 $<math>S_2 \ge S_3$ の範囲内の平均値を求め、その値からビーム全 体の位相差を求めた。結果を次の表 2 にまとめる。

表 2.ビーム全体の位相差

S2の平均値	S3の平均値	全体の位相差 [rad]
-15.7407	-30.1290	-2.0522

#### 5.1/4 波長板よる位相差の補正

干渉計内で想定外の位相差が発生していることが わかったため、1/4 波長板によって P 偏光と S 偏光の 位相差を-1.5711rad 補正し、振幅比を 1:0.9827 とし た。位相差の補正値が 2.05rad に届いていないが光学 系のスペースの都合上 1/2 波長板を併用した位相差の 補正は行わなかった。また、この方法では偏光成分の 読み替えが不要となる。

図 10 にストークスパラメターと位相差の分布を示 す。



図 10. 1/4 波長板を用いたときのストークスパラメターと 位相差の分布

理想通り*S*<sub>1</sub>と*S*<sub>3</sub>は 0 に近づき、位相差は中央付近では 0 となった。右側から左側にかけて位相差が変化して いるのは P 偏光にたいして S 偏光が左右方向に傾いて いることが原因である。

## 6. P 偏光と S 偏光の位置調整のためのアライ メント方法

6.1 アライメント方法



図 11. ビーム位置評価のための光学系(M:ミラー、PBS:偏 光ビームスプリッター、DP:ダブプリズム)

図 11 のように偏光ビームスプリッターと CCD カメラ 間の距離dを変化させ、それぞれの位置で撮影した画 像のビーム位置をフィッティングで求めることでビー ムの位置と向きを評価し、それに基いて調整を行った。

#### 6.2 ダブプリズムを設置したときのビーム位置

ダブプリズムを底面が干渉計の内側を向くように設置し、P 偏光と S 偏光のビーム位置の推移にフィッティングを行った。x座標の推移を図 12 に示す



図 12. ダブプリズムを設置したときの P/S 偏光のx座標の推移(青:P 偏光、赤:S 偏光)

結果から、P 偏光と S 偏光の伝搬方向は0.002°以内、 位置はビーム径の3%以内で一致した。 y座標の推移を図13に示す。



図 13. ダブプリズムを設置したときの P/S 偏光のy座標の推移(青:P 偏光、赤:S 偏光)

結果から、P 偏光と S 偏光の伝搬方向は0.004°以内で 一致したが、位置はビーム径の 18%以内までしか合 わせることができなかった。本研究では以上のビーム 位置の状態でラゲールガウスビームの軌道角運動量の 測定を行っている。

本手法では P 偏光、S 偏光、ダブプリズムの中心軸 について、4pixel(ビーム径の 5%)以内での一致まで 評価できると期待している。

### 7. ラゲールガウスビームの軌道角運動量の測 定

図 14 に光学系を示す。He-Ne レーザーから得られた 光波は P1 と QWP1 によって右回り円偏光となる。そ の後、1/2 波長光渦リターダによって動径方向のモー ド指数 p=0、方位角方向のモード指数 m=1のラゲー ルガウスビームとなる。その後、P2 によって135°の 直線偏光となる。ここで位相差の補正を行うために干 渉計前に 1/4 波長板を設置した。P 偏光は M1、2、3、 DP の順で干渉計を伝搬、S 偏光は DP、M3、2、1 の 順で伝搬し、PBS で合成され、CCD カメラへと伝搬 する。



 図 14. LG ビームの軌道角運動量の測定のための光学系(M ミラー、P:偏光板、HWP:1/2 波長板、QWP:1/4 波 長板、L:平凸レンズ、PBS:偏光ビームスプリッタ ー、DP:ダブプリズム)

本研究では、シア角0°、4°、8°、12°における、軌道角 運動量の導出に必要な各偏光成分の強度*I*<sub>0</sub>、*I*<sub>45</sub>、*I*<sub>90</sub>、 *I*<sub>135</sub>、*I<sub>RC</sub>、<i>I<sub>LC</sub>*を測定し、ストークスパラメターを求め ることで軌道角運動量の測定を行った。

シア角 0°、4°、8°、12°におけるストークスパラメタ - S<sub>3</sub>(軌道角運動量密度)の積分を行うことで軌道角 運動量を求めた。

IS3/IS0の値とシア角の関係を以下の図 15 にまとめる。



図 15. LG ビームの*S<sub>3</sub>/S<sub>0</sub>とシ*ア角の関係 図 15 の傾きをフィッティング関数

#### Y = a(1) + a(2)X (24)

を用いてフィッティングを行うことで求める。Yは $IS_3/IS_0$ の値、Xはシア角(radian)に対応する。フィッティングパラメターはそれぞれ、

#### $a(1) = -0.074 \pm 0.008$ (25) $a(2) = 1.03 \pm 0.06$ (26)

# となった。本実験では方位角方向のモード指数m = 1の光波を用いた。 $IS_3/IS_0$ のシア角に対する傾きa(2)と方位角モード指数が理論通り一致した。しかし、シア角が0のときの軌道角運動量は0となるはずだが負の

#### 8. まとめ

値をとった。

軌道角運動量密度分布測定のためのサニャック型回 転シア干渉計について、P 偏光と S 偏光の位置および 伝搬方向を一致させること、シア角0での干渉計の出 射光を理想的な偏光状態である 45°の直線偏光とす ることに取り組んだ。後者については 1/2 波長板によ る P 偏光、S 偏光のバランス調整のみでは135°の直線 偏光成分を0にすることができないことが分かった。 そこで干渉計内で発生している想定していない位相差 を測定した。前者については、干渉計出射光のP偏光 とS偏光の位置関係について CCD カメラとフィッテ ィングを用いて評価し、それをもとにアライメントを 行ったが、ビーム系の 18%までしか合わせることが できなかった。上記の結果を踏まえ、位相差の補正を 1/4 波長板で行ってシア角 0 での干渉計の出射光を 45°の直線偏光に近い状態にした。これにより先行 研究で必要としていた偏光成分の読み替えが必要ない 方法でラゲールガウスビームの軌道角運動量の測定を 行った。

#### 文 献

- [1] 伊波雅生,「光ビームの軌道角運動量密度分布の 測定」,電気通信大学修士論文,(2019).
- [2] Yoko Miyamoto, Atsushi Wada, Takashi Yonemura and Mitsuo Takeda, J. Opt. 15, (2013) 044002.