

## 1. 序論

本研究の目的は、空間光位相変調器 (LCOS-SLM) を用いて、高次のラゲールガウス (LG) ビームを生成することである。LG ビームは近軸近似下におけるヘルムホルツ方程式の高次の解であり、ドーナツ状の強度分布と中心に特異点のある位相分布をもつ光ビームである。計算機ホログラム (CGH) を SLM 上に表示することにより、レーザービームの位相を変調し、LG ビームを生成する。生成したビームを観察し、目的のビームが生成できたかを確認する。

## 2. 原理

### 2.1 ラゲールガウスビーム

単色光の空間的な伝搬特性は、式 (2.1) に示すヘルムホルツ方程式で表される。

$$(\nabla^2 + k^2)E = 0 \quad (2.1)$$

ここで  $k$  は光の波数、 $E$  は電場の複素振幅である。波数  $k$  は波長  $\lambda$  を用いて  $k = 2\pi/\lambda$  と定義される。ここで電場  $E$  を  $E = u \exp(ikz)$  とおき、近軸近似を適用すると式 (2.2) を得る。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2ik \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (2.2)$$

ラゲールガウスビームは式(2.2)の高次の解であり、円筒座標系  $(\rho, \varphi, z)$  を用いて式(2.3)で表される。

$$LG_p^m(\rho, \varphi, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(|m|+p)!}} \frac{1}{w} \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w}\right)^{|m|} \times L_p^{|m|} \left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right) \exp\left(-\rho^2 \left(\frac{1}{w^2} - \frac{ik}{2R}\right) + im\varphi - i\psi_p^m\right) \quad (2.3)$$

$m$  は方位角モード指数、 $p$  は動径方向モード指数を示す。

ここで、 $w$  はビーム径を表し、ビームの振幅が光軸上の振幅に対して  $1/e$  となる距離である。また、 $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ 、 $R$  は波面の曲率半径、 $\psi_p^m$  は光軸上の位相と平面波との位相差である Gouy 位相を表す。

$w, R, \psi_p^m$  はビームの伝搬距離  $z$  によって変化する値である。

また、 $L_p^{|m|}$  はラゲール陪多項式であり、式(2.4)で表される。

$$L_p^m(x) = \frac{e^x x^{-m}}{p!} \cdot \frac{d^p}{dx^p} (e^{-x} x^{p+m}) = \sum_{s=0}^p \binom{p+m}{p-s} \frac{(-x)^s}{s!} \quad (2.4)$$

式(2.4)において  $p = 0, 1, 2$  であるときの例を式(2.5)に示す。

$$\begin{aligned} L_0^m(x) &= 1 \\ L_1^m(x) &= m + 1 - x \\ L_2^m(x) &= \frac{1}{2}(m+1)(m+2) - (m+2)x + \frac{1}{2}x^2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

## 2.2 計算機プログラムの設計

目的の LG ビームの複素振幅分布 $s(x, y)$ は、振幅 $a(x, y)$ および位相 $\phi(x, y)$ を用いて以下のように表せる。

$$s(x, y) = a(x, y)\exp[i\phi(x, y)] \quad (2.6)$$

本研究で用いる SLM では位相変調のみが行われる。CGH による位相変調を $\psi(\phi, a)$ とすると、複素振幅分布 $s_{\text{in}}(x, y)$ の入射光を用いて式 (2.6) を得るためには以下を満たす必要がある。

$$s(x, y) = s_{\text{in}}(x, y) \times \exp[i\psi(\phi, a)] \quad (2.6')$$

式(2.6')より、位相変調 $\psi(\phi, a)$ は以下のように表せる。

$$\exp[i\psi(\phi, a)] = \frac{s(x, y)}{s_{\text{in}}(x, y)} = \frac{a(x, y)}{a_{\text{in}}(x, y)} \times \exp\{i[\phi(x, y) - \phi_{\text{in}}(x, y)]\} \quad (2.7)$$

目的の LG ビームの複素振幅分布 $s(x, y)$ から振幅 $a(x, y)$ および位相 $\phi(x, y)$ を求め、これらを元に式 (2.7) を満たす位相変調 $\psi(\phi, a)$ を求める。

式(2.7)から $a(x, y) = a_{\text{in}}(x, y)$ のときに位相変調 $\psi(\phi, a)$ を求めることができるが、実際には一般に $a(x, y) \neq a_{\text{in}}(x, y)$ である。位相変調のみで入射光 $s_{\text{in}}(x, y)$ から目的の LG ビーム $s(x, y)$ を生成することはできない。

そのため、本研究では位相変調 $\psi(\phi, a)$ について、

$$\psi(\phi, a) = \frac{t}{2\pi} [\{\phi(x, y) - \phi_{\text{in}}(x, y) - k_x x\} \bmod 2\pi] \quad (2.8)$$

とし、位相変調 $\phi(x, y) - \phi_{\text{in}}(x, y)$ をもつブレード状回折格子として CGH を設計した。

ブレード状回折格子の 1 次回折光の回折効率

$$\eta(1) = \text{sinc}^2\left(\pi - \frac{t}{2}\right) \quad (2.9)$$

であるため、位相変調幅 $t(x, y)$ を調整して

$$\eta(1) \propto \left[\frac{a(x, y)}{a_{\text{in}}(x, y)}\right]^2 \quad (2.10)$$

となるようにした。設計にあたっては $s_{\text{in}}(x, y)$ がガウスビームであることを考慮した。

### 3. 実験

入射光および求める LG ビームの複素振幅分布から振幅 $a(x,y)$ および位相 $\phi(x,y)$ を求め、式(2.8)の位相変調 $\psi(\phi,a)$ をもつ CGH を作成した。作成した CGH を SLM に表示し、その 1 次回折光の強度分布を観察した。実験で用いた光学系の構成を以下の図 3.1 に示した。

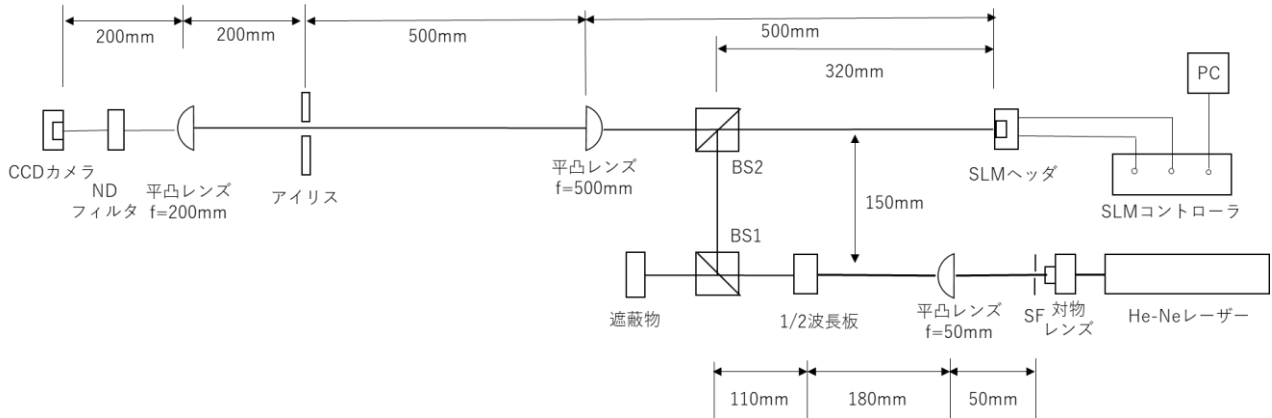
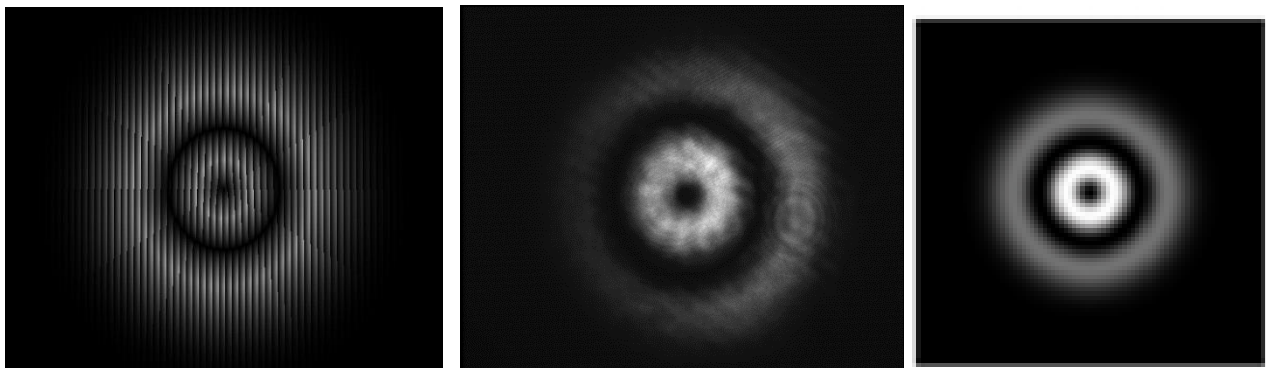


図 3.1 : LG ビームの生成実験の光学系

#### 3.1 $p = 1, m = 1$ の LG ビームの生成

以下の図 3.2 に、 $p = 1, m = 1$  の LG ビームを生成する CGH、撮影した強度分布、参考文献[1]に示される  $p = 1, m = 1$  の LG ビームの強度分布の理論値を示した。



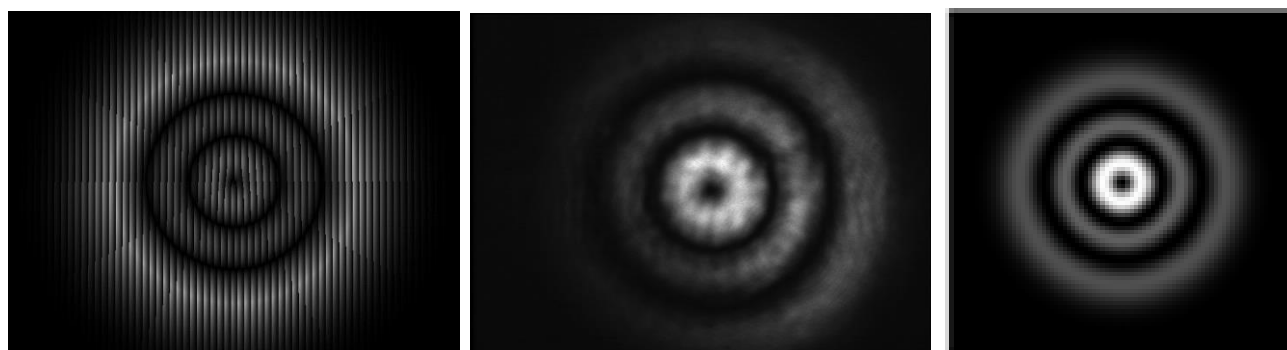
(a)  $p = 1, m = 1$  の LG ビームを生成する CGH (b) 撮影した強度分布 (c) 理論値

図 3.2  $p = 1, m = 1$  の LG ビームの生成実験の結果

実験結果から、ドーナツ状の強度分布と、中心のリングの強度に対して外側のリングの強度が小さい様子が観察できた。

### 3.2 $p = 2, m = 1$ の LG ビームの生成

以下の図 3.3 に、 $p = 2, m = 1$ の LG ビームを生成する CGH、撮影した強度分布、参考文献[1]に示される $p = 2, m = 1$ の LG ビームの強度分布の理論値を示した。



(a) $p = 2, m = 1$ の LG ビームを生成する CGH      (b)撮影した強度分布      (c)理論値

図 3.3  $p = 2, m = 1$ の LG ビームの生成実験の結果

実験結果から、ドーナツ状の強度分布と、中心のリングの強度に対して外側の2つめと3つめのリングの強度が小さい様子が観察できた。

## 4. 結論

本研究では、動径方向モード指数 $p = 1, 2$ の LG ビームを生成するために、CGH（計算機プログラム）の設計を行い、作成した CGH を用いて LG ビームの生成実験を行った。理論値との比較により、目的の LG ビームを生成できたと考えられた。

## 5. 参考文献

- [1] 宮本 洋子, 和田 篤, 「ラゲール・ガウスビームの発生と検出」, 光学 Vol. 35, No. 12, 618-624, (2006).
- [2] 林 道明, 「空間光変調器を用いて生成した 非点収差を持つラゲールガウスビームの改良」 電気通信大学修士論文 (2021).
- [3] Thomas W. Clark, Rachel F. Offer, Sonja Franke-Arnold, Aidan S. Arnold, and Neal Radwell, “Comparison of beam generation techniques using a phase only spatial light modulator”, Optics Express Vol. 24, No. 6, 6249-6264 (2016).