

TE₀₁モード共振器を用いた気体のマイクロ波放電

森永研究室 藤田 恭介

1. 概要

水素原子は、電子・陽子各一つから成るとい
う最も単純な原子であり、理論と比較しやす
い。また、現在反原子を作ることができる唯
一の原子でもある。物質と反物質の違いを知
ることで、対称性の破れなど物理学の基礎理
論の予言を検証できることが期待されている。

本研究では、このような背景から水素(また
は反水素)原子を精密分光し、将来的にレーザ
ー冷却することを目標とする。まずは、水素
分子をバラバラの原子状態にすることが必要
である。今回用いる TE₀₁モードの共振器で十
分な電界を得て、放電させ解離させることが
目的である。

2. 原理

2.1. 伝播モード

電磁波の基礎となるのはマクスウェルの方
程式である。

$$\begin{cases} \text{rot } E = -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \text{rot } B = \varepsilon\mu\frac{\partial E}{\partial t} + \sigma\mu E \\ \text{div } \varepsilon = \rho \\ \text{div } B = 0 \end{cases} \quad (1)$$

導体で囲まれた共振器に存在する電磁波の
振る舞いは、マクスウェル方程式から導か
れた下記の波動方程式は

$$\nabla^2 E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\nabla^2 H = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \quad (3)$$

と、境界条件で記述される。ここで、 E と
 H は電界及び磁界の強さ、 c は光速である。

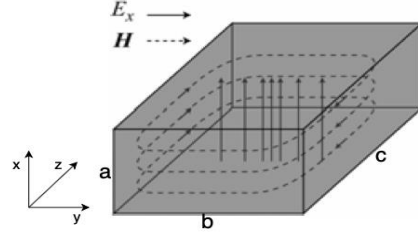


図1 共振器

図1のように x, y 座標軸を取り、共振器にそつて
 z 軸をとる。周波数 $\omega = 2\pi\nu$ を持ち導波管内を進マ
イクロ波は、その内壁で導体の境界条件 $E_t = 0, H_t = 0$
を満たすマクスウェルの方程式の解である。 $+z$ 方向に進むもの
の電磁場 E と H は、自由空間での波数 k として、

$$E(r, t) = E^0 e^{i(\omega t - kz)} \quad (4)$$

$$H(r, t) = H^0 e^{i(\omega t - kz)} \quad (5)$$

の実数部分で表すことができる。この解はベクトル
 E^0 と H^0 は x と y だけに依存する量で、 z 及び時間 t
によって変化する。マクスウェルの式より、 $\text{rot } E = -i\omega\mu H$
となり、 $(\partial/\partial z)E = -ikE$ を考慮して3成分に分解して書けば、
両辺に共通で存在する \exp の因子を消去して

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z^0}{\partial y} + ikE_y^0 = -i\omega\varepsilon H_x^0 \\ -ikE_x^0 - \frac{\partial E_z^0}{\partial x} = -i\omega\mu H_y^0 \\ \frac{\partial E_y^0}{\partial x} - \frac{\partial E_x^0}{\partial y} = -i\omega\mu H_z^0 \end{cases} \quad (6)$$

となる。同様にして $\text{rot } H$ のほうは

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z^0}{\partial y} + ikH_y^0 = i\omega\varepsilon E_x^0 \\ -ikH_x^0 - \frac{\partial H_z^0}{\partial x} = i\omega\varepsilon E_y^0 \\ \frac{\partial H_y^0}{\partial x} - \frac{\partial H_x^0}{\partial y} = i\omega\varepsilon E_z^0 \end{cases} \quad (7)$$

となる。この両組のはじめの二式を使うと、 E^0 と H^0 の x, y 成分をそれらの z 成分 E_z^0 と H_z^0 の関数として

$$\begin{cases} E_x^0 = -\frac{i}{\alpha^2} \left(k \frac{\partial E_z^0}{\partial x} + \omega \mu \frac{\partial H_z^0}{\partial y} \right) \\ E_y^0 = -\frac{i}{\alpha^2} \left(k \frac{\partial E_z^0}{\partial y} - \omega \mu \frac{\partial H_z^0}{\partial x} \right) \\ H_x^0 = +\frac{i}{\alpha^2} \left(\omega \varepsilon \frac{\partial E_z^0}{\partial y} - k \frac{\partial H_z^0}{\partial x} \right) \\ H_y^0 = -\frac{i}{\alpha^2} \left(\omega \varepsilon \frac{\partial E_z^0}{\partial x} + k \frac{\partial H_z^0}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (8)$$

とあらわすことができる。ただし係数を

$$\alpha^2 = \varepsilon \mu \omega^2 - k^2 \quad (9)$$

と置き換えている。

こうして得られた式(8)を見ると、横方向成分 $E_x^0, E_y^0, H_x^0, H_y^0$ は縦方向成分 E_z^0, H_z^0 つまり縦成分の有無による組合せで電磁場が分類できる。これが伝播モードであり、主に以下の3種類存在する。

- ・ TEM モード : $E_z^0 = 0, H_z^0 = 0$
- ・ TE モード : $E_z^0 = 0, H_z^0 \neq 0$
- ・ TM モード : $E_z^0 \neq 0, H_z^0 = 0$

また、上式の使っていない二式を代入すれば、 z 成分は

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_z^0 + \alpha^2 E_z^0 = 0 \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) H_z^0 + \alpha^2 H_z^0 = 0 \quad (11)$$

という xy 面内での波動方程式の解である。この境界条件を満たすものを採れば、他の成分にしたがって電場 E と磁場 H のすべてが式(10),(11)によって一義的に決定する。

2.2. TE₀₁ モード

原理 2.1 から方程式を解いた結果、共振器内には多数の電磁界をもつモードが存在する。そこで一般に TE_{lm} のように添字をつけて表示し、 l, m はそれぞれ x 方向, y 方向に見た時、電界や磁界が周期的に整数回変化する

ことを示している。例えば、TE₀₁ モードは伝播方向に電界がなく、電界が x 方向には変化がなく、 y 方向に腹一つ分の変化をする。このモードの電磁界の分布を以下に示す。

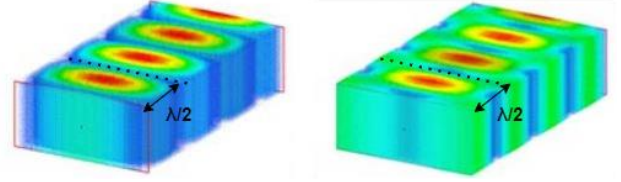


図2 TE₀₁ モードの電磁界(左電界、右磁界) また、共振器内を伝播するマイクロ波の波長は

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{l\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2}} \quad (12)$$

であり、TE₀₁ モードは $l = 0, m = 1$ に対応している

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2}} \quad (13)$$

と表せる。

3. 方法

本研究の放電実験の全体像は以下の図3に示す。

3.1. 検出器

検出器は LTC5508 というマイクロ波パワー検出器を用いた。これは、共振器内の電界強度を6番のピンに入力し、3番ピンから出力してA/D変換させた信号をPCに表示する仕組みとした。

まず、共振器から検出器に入力の仕方をループアンテナと同軸ケーブルの2種類行った。ループアンテナは共振器から適当な針金を通し、伝ってきたマイクロ波をループ状のアンテナと平行に設置することでコイルの原理同様ループ内部の磁束の変化により、誘導起電力を取り出す。

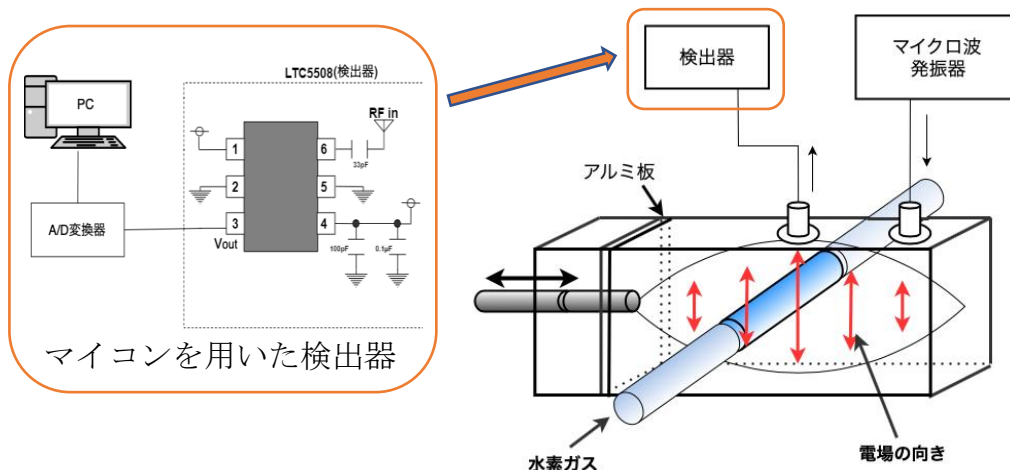


図3 放電実験の全体像

次に、同軸ケーブルの内部導体は電気信号を伝送し、外部導体は伝送時にグラウンド・アースの役割を担う。これを利用し、内部導体を LTC5508 の信号を読み込む部分に接続し、外部導体は束ねて GND につないだ。このようにすることで、ループ状のアンテナと異なり、電気的な結合を必要とせず、共振器からの信号が直接送信されるので安定の数値が取れるようにした。

3.2. 共振周波数の調整

今回放電の際に用いるマイクロ波発振器はマグネトロンから発生し周波数は 2.45GHz で固定であるため、気体との放電には共鳴させるには周波数を変化させることが求められた。そこで共振器内の周波数調整方法として、共振器の側面から棒の先端に側面と同じ面積のアルミの板をつけ移動させることで、式(13)より共振器の長さにあたる c の値を変化し周波数の微調整を行った。

3.3. 気体の放電

本実験では、ガラス管に水素ガスを詰めてその管を共振器の電界が最も強く分布する箇所電界と平行になるように設置した。まず、このガラス管を作る工程として、管内に存在する水分を飛ばすため軽く、バーナーで炙った。その後、真空ポンプを使用し、真空にしたガラス管に水素ポンプから供給し、水素で満

たし中の気圧がおおよそ 1 torr (=133Pa) となるように作成した。この気圧とした理由としては、放電する条件として気圧が高すぎず低すぎないことが求められ、かつ放電し解離した水素原子が結合し直さないような気圧が必要となるため、本実験では 1torr を目標とした。今回用意したガラス管は気圧が $1.3 \times 10^3 Pa$ と $3.0 \times 10^2 Pa$ となった。

4. 結果

4.1. 検出器

ループアンテナで電界強度を測定した結果を以下に示す。

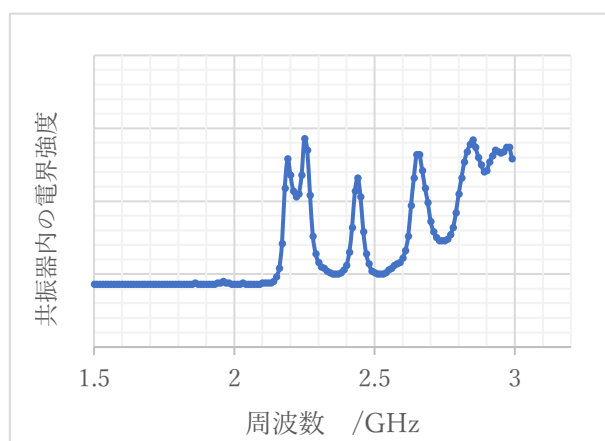


図4 ループアンテナによる検出
上図より多くの信号が存在していて、共振周波数となる位置は結合が強すぎるため確認で

きなかった。

次に、同軸ケーブルを用いた結果は以下ようになった。共振している位置が明確に読み取れている。

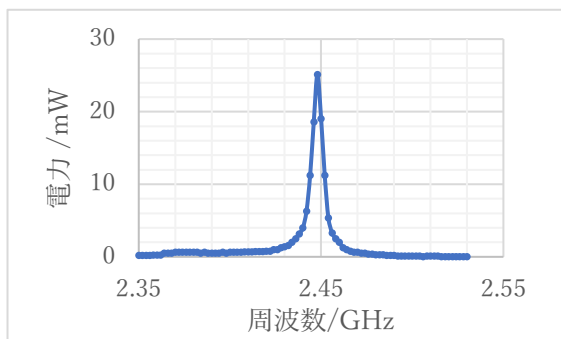


図4 同軸ケーブルによる検出

4.2. 共振周波数の調整

共振器の長さを変化させるごとの共振周波数の変化を以下のグラフにまとめた。

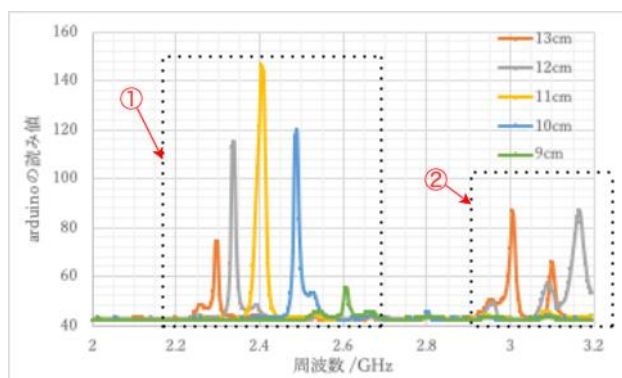


図5 共振周波数の調整

この結果より長さを変えると共振周波数の変化が確認できた。また、測定する位置を固定してそれぞれ電界分布も違っているので長さごとに電界強度が異なっている。

4.3. 気体の放電

TE₀₁ モードの作る電界にガラス管を通すだけでは、放電は起こらなかった。ここで、放電のきっかけとなるものが必要となることがわかったため、テスラコイルを組んだ回路を用いて水素のガラス管に近づけることによって、放電が可能となった。放電した様子を以下に示す。



図6 水素の放電の様子

放電した時の色は白色であったため、多く外気を含んでしまっていることが確認された。

5. まとめ

今回の研究では、TE₀₁ モード共振器を用いて、マイクロ波の共振周波数を調節することにより気体の放電を可能とさせた。

今後の展望として、放電した光からスペクトルを測定し、水素原子の存在を確認する。また、放電して共振器から出る解離した水素原子は放電により温度が上がってしまうので液体窒素または液体ヘリウムで冷やされたノズルを通して真空槽に噴出させることにより低温の原子線を作り真空槽内で飽和分光を行う予定である。そして、将来的には分光された水素原子(および反水素原子)のレーザー冷却の実現を目指す。

参考文献

- [1]『マイクロ波技術』 阿部英太郎 著 東京大学出版会 1979年
- [2]『Arduinoをはじめよう』 Massimo Banzi 著 オライリー・ジャパン 2015年
- [3]F.C.Fehsenfeld, K.M.Evenson, and H.P.Broida “Microwave Discharge Cavities Operating at 2450MHz”, Review of Scientific Instruments **36**, 294 (1965)
- [4]TE₀₁ モードの電磁界分布
https://www.kusamalab.org/lecture/rflw/B4_waveguide_slide.pdf