

光ビームの軌道角運動量密度分布の測定

1833021 伊波 雅生

主任指導教員：宮本 洋子 指導教員：渡邊恵理子

1 はじめに

本論文の目的は光ビーム断面内の軌道角運動量密度分布を測定する手法を提案し、提案した手法によってラゲールガウスビームの軌道角運動量密度分布を測定することである。光ビームの断面内のエネルギーの流れを測定する新しい手法として、回転シア干渉計を用いた手法の提案および実証を行う。

近年、細胞操作や材料加工、マイクロモーター等を目的とした複雑な構造をもつ光ビームが生成されるようになり、そのようなビームのもつ力学的性質が注目されている。これらの応用を進めるためには力学的性質であるビーム断面内のエネルギーの流れが設計通りに実現できていることが確認できることが望ましい。また、物理学の観点からは、複雑に変転するビーム内で運動量や角運動量が全体としてどのように保存されているかという点が注目されている。

先行研究 [1] においては、非点収差を持つラゲールガウスビームの強度分布の変化、渦の分裂がどのように起きるのか、またどのような条件で渦の反転が起こるのかが理論および実験の両面から明らかにされた。

その後、光波の複素振幅分布を詳細に測ることで運動量分布と角運動量分布を計算によって求める手法が提案され、これをラゲールガウスビームの渦が反転する現象に適用してビーム全体の角運動量を求められ、反転前後で角運動量の符号が変化しないことが実験で明らかにされた [2]。しかし、得られたビーム全体の角運動量は理論値に対して約 2 倍となった。これは、複素振幅から運動量分布や角運動量分布を計算する手法では実験データの空間微分を行うため、ノイズが強調されることが原因としてあげられた。

そこで、本研究では回転シア干渉計によって光波の角運動量分布を直接測定することで、実験データの空間微分によるノイズの強調を避けて目的の角運動量を測定する。ビーム断面内のどの構造がどのような形で角運動量を担っているのか、自由空間中でビーム全体の角運動量がどのように保存されているかを調査する。

2 偏光

z 軸方向に伝搬する角周波数 ω 、波数 k の平面波について考える。 x 軸方向 (水平方向) の電場の成分 E_x 、 y 軸方向 (鉛直方向) の電場の成分 E_y を

$$E_x = A_x e^{i(kz - \omega t + \alpha)} \quad (1)$$

$$E_y = A_y e^{i(kz - \omega t + \beta)} \quad (2)$$

と表す。 x 成分と y 成分の振幅をそれぞれ A_x と A_y とし、 α と β は x 成分と y 成分の $z = 0$ 、 $t = 0$ での位相である。式 (2.1) と式 (2.2) の実部をとると

$$\text{Re}[E_x] = E'_x = A_x \cos(kz - \omega t + \alpha) \quad (3)$$

$$\text{Re}[E_y] = E'_y = A_y \cos(kz - \omega t + \beta) \quad (4)$$

となる。式 (2.3) と式 (2.4) から t を消去し、 E'_x と E'_y が描く軌跡を表す式を求めると、

$$\left(\frac{E'_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E'_y}{A_y}\right)^2 - 2\left(\frac{E'_x}{A_x}\right)\left(\frac{E'_y}{A_y}\right)\cos\delta = \sin^2\delta \quad (5)$$

となる。ここで、 $\delta = \beta - \alpha$ とおいた。式 (2.5) は楕円を表す式となっており、光波の電場ベクトルの先端は楕円上を周回する点として表される。 $0 \leq \delta < \pi$ のとき、左回りの楕円偏光、 $\pi \leq \delta < 2\pi$ のとき、右回りの楕円偏光を表す。また、 $\delta = 0$ または π のとき、式 (2.5) は直線を表す式となり、 $\delta = \pi/2$ または $3\pi/2$ かつ $A_x = A_y$ のとき円偏光を表す。

2.1 ストークスパラメーター

偏光状態を表すにはストークスパラメーターを用いると便利である。後述するように、ストークスパラメーターは偏光素子を透過した光波の強度を測定することで求めることができる。 x 軸方向の直線偏光成分の強度を I_0 、 y 軸方向の直線偏光成分の強度を I_{90} 、 x 軸と偏光方向のなす角が 45° の直線偏光成分の強度を I_{45} 、 x 軸と偏光方向のなす角が 135° の直線偏光成分の強度を I_{135} 、右回り円偏光の強度を I_{RC} 、左回り円偏光の強度を I_{LC} とすると各偏光成分の強度は以下の式で表せる。

$$I_0 = |A_x|^2 \quad (6)$$

$$I_{90} = |A_y|^2 \quad (7)$$

$$I_{45} = |A_x|^2 + |A_y|^2 + 2|A_x||A_y|\cos\delta \quad (8)$$

$$I_{135} = |A_x|^2 + |A_y|^2 - 2|A_x||A_y|\cos\delta \quad (9)$$

$$I_{RC} = |A_x|^2 + |A_y|^2 - 2|A_x||A_y|\sin\delta \quad (10)$$

$$I_{LC} = |A_x|^2 + |A_y|^2 + 2|A_x||A_y|\sin\delta \quad (11)$$

本研究では、 x 軸方向の偏光成分は p 偏光成分、 y 軸方向の偏光成分は s 偏光成分に対応している。

ストークスパラメーターは一般的に I_0 、 I_{90} 、 I_{45} 、 I_{135} 、

I_{RC} 、 I_{LC} を用いて以下のように定義される。

$$S_0 = I_0 + I_{90} \quad (12)$$

$$S_1 = I_0 - I_{90} \quad (13)$$

$$S_2 = I_{45} - I_{135} \quad (14)$$

$$S_3 = I_{RC} - I_{LC} \quad (15)$$

3 回転シア干渉計による軌道角運動量の測定法

3.1 回転シア干渉計

本研究で作製した回転シア干渉計を図1に示す。回転シア干渉計に図の上向きにとった矢印の像を入射したときの像の向きの変化を示した。

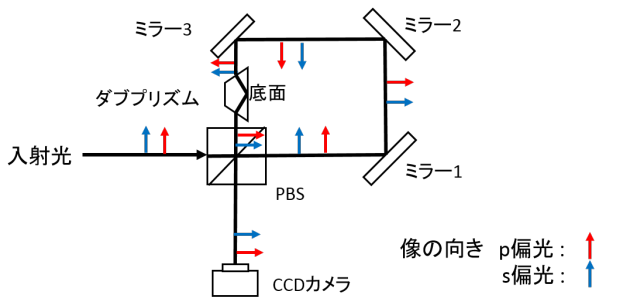
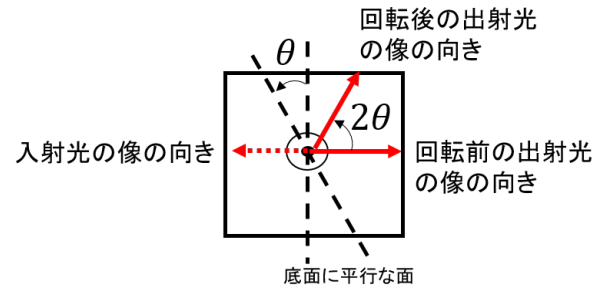


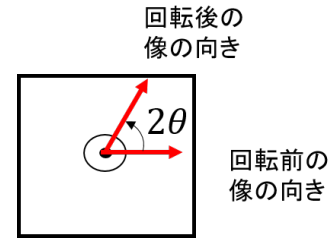
図1: 回転シア干渉計中の像の向きの変化 (PBS:偏光ビームスプリッター、赤色の矢印が p 偏光の像の向き、青色の矢印が s 偏光の矢印の向き)

像の向きは反射するたびに反転する。p 偏光はミラーによって3回、ダブルプリズムで1回反射するので像の向きは4回反転し、s 偏光はPBSで2回、ダブルプリズムで1回、ミラーで3回反射するので像の向きは6回反転する。図1のようにダブルプリズムの底面が干渉計の内側を向いている時、CCDカメラ上のp 偏光とs 偏光の像の向きは一致している。本研究では、この状態をシア角 0° とした。

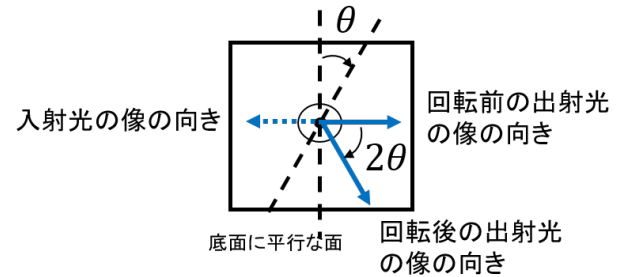
図2にはダブルプリズムを θ 回転したときのダブルプリズムと CCDカメラ上の像の向きの変化を示した。入射光の像の向き及びダブルプリズム回転前の像の向きは図1の像の向きに対応している。



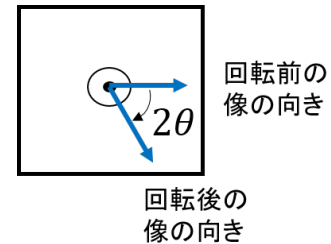
[a]p 偏光のダブルプリズムでの像の向きの変化 (出射側から見た図)



[b]p 偏光の CCD カメラ上の像の向きの変化 (CCD カメラ側から見た図)



[c]s 偏光のダブルプリズムでの像の向きの変化 (出射側から見た図)



[d]s 偏光の CCD カメラ上の像の向きの変化 (CCD カメラ側から見た図)

図2: ダブルプリズムの回転による像の向きの変化

ダブルプリズムを θ 回転すると、p 偏光と s 偏光では 4θ の回転シア (像の角度ずれ) が生じる。

3.2 回転シア干渉計による角運動量の測定法

本研究では p 偏光 (0° の直線偏光) を測定対象としている。p 偏光を $u(r, \theta)$ 、 $+\Delta\theta$ シフトした s 偏光を $u(r, \theta + \Delta\theta)$

とする。この2つの合成波の右回り円偏光成分の強度は、

$$\begin{aligned}
I_{RC} &= \frac{|u(r, \theta)|^2}{2} + \frac{|u(r, \theta + \Delta\theta)|^2}{2} \\
&+ \operatorname{Re}[u(r, \theta)^* u(r, \theta + \Delta\theta) \exp\left(i\frac{3\pi}{2}\right)] \\
&= \frac{|u(r, \theta)|^2}{2} + \frac{|u(r, \theta + \Delta\theta)|^2}{2} \\
&+ \operatorname{Re}[u(r, \theta)^* (-i) \frac{\partial u(r, \theta)}{\partial \theta}] \Delta\theta
\end{aligned} \quad (16)$$

となる。また、左回り円偏光成分の強度は、

$$\begin{aligned}
I_{LC} &= \frac{|u(r, \theta)|^2}{2} + \frac{|u(r, \theta + \Delta\theta)|^2}{2} \\
&- \operatorname{Re}[u(r, \theta)^* u(r, \theta + \Delta\theta) \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right)] \\
&= \frac{|u(r, \theta)|^2}{2} + \frac{|u(r, \theta + \Delta\theta)|^2}{2} \\
&- \operatorname{Re}[u(r, \theta)^* (-i) \frac{\partial u(r, \theta)}{\partial \theta}] \Delta\theta
\end{aligned} \quad (17)$$

となる。ストークスパラメーター S_3 は、

$$\begin{aligned}
S_3 &= I_{RC} - I_{LC} \\
&= 2\operatorname{Re}[u(r, \theta)^* (-i) \frac{\partial u(r, \theta)}{\partial \theta}] \Delta\theta
\end{aligned} \quad (18)$$

となる。 S_3 を測定することで、角運動量密度に相当する値を直接測定することができる。

本研究では、ラゲールガウスビームを用いる。ラゲールガウスビームの光波 u を円筒座標系 (r, θ, z) を用いて表すと、

$$u(r, \theta, z) = u(r, z) \exp(im\theta) \quad (19)$$

となる。 m は方位角方向のモード指数とする。このラゲールガウスビームを回転シア干渉計に入射したときの S_3 および S_0 は

$$\begin{aligned}
S_3 &= 2\operatorname{Re}[u(r, z)^* \exp(-im\theta) (-i) u(r, z) \\
&\quad \frac{\partial}{\partial \theta} \exp(im\theta)] \Delta\theta \\
&= 2\operatorname{Re}[|u(r, z)|^2 m] \Delta\theta \\
&= 2|u(r, z)|^2 m \Delta\theta
\end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
S_0 &= |u(r, \theta, z)|^2 + |u(r, \theta + \Delta\theta, z)|^2 \\
&= |u(r, z) \exp(im\theta)|^2 + |u(r, z) \exp[im(\theta + \Delta\theta)]|^2 \\
&= 2|u(r, z)|^2
\end{aligned} \quad (21)$$

となる。軌道角運動量密度である S_3 は光波の強度 S_0 と $m\Delta\theta$ の積で表すことができる。また、 S_3 を積分することでビーム断面内の軌道角運動量、 S_0 を積分することでビーム断面内のパワーを求めることができる。ビーム断面内の積分を $\int_D dD$ と書くと以下のようなになる。

$$\int_D S_3 dD = 2m\Delta\theta \int_D |u(r, z)|^2 dD \quad (22)$$

$$(23)$$

$$\int_D S_0 dD = 2 \int_D |u(r, z)|^2 dD \quad (24)$$

パワー当たりの軌道角運動量は

$$\begin{aligned}
\frac{\int_D S_3 dD}{\Delta\theta \int_D S_0 dD} &= \frac{2m\Delta\theta \int_D |u(r, z)|^2 dD}{2\Delta\theta \int_D |u(r, z)|^2 dD} \\
&= m
\end{aligned} \quad (25)$$

となる。これより、パワー当たりの軌道角運動量は $\Delta\theta$ に比例し、比例計数は m と一致する。

4 ラゲールガウスビームの軌道角運動量の測定

図3の光学系を用いてラゲールガウスビームの軌道角運動量の測定を行った。図3では、動径方向モード指数 $p=0$ 、方位角方向のモード指数 $m=1$ のラゲールガウスビームを偏光板によって 135° の直線偏光とし、p偏光 (0° の直線偏光) 成分と s偏光 (90° の直線偏光) 成分の強度比を $1:1$ とする。p偏光は Mirror-1、2、3、Dove prism の順で干渉計を伝搬、s偏光は Dove prism、Mirror-3、2、1 の順で伝搬し、PBS で合成され、CCD カメラへと伝搬する。

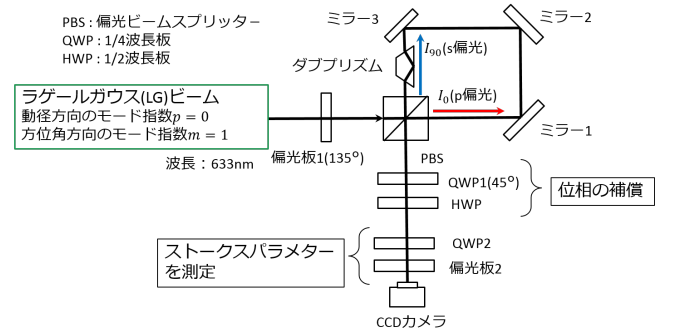


図3: ラゲールガウスビームの軌道角運動量測定を行う実験系 (PBS:偏光ビームスプリッター、HWP:2分の1波長板、QWP:4分の1波長板)

本研究では、シア角 0° 、 4° 、 8° 、 12° における、ストークスパラメーター S_3 を求めることで軌道角運動量の測定を行った。

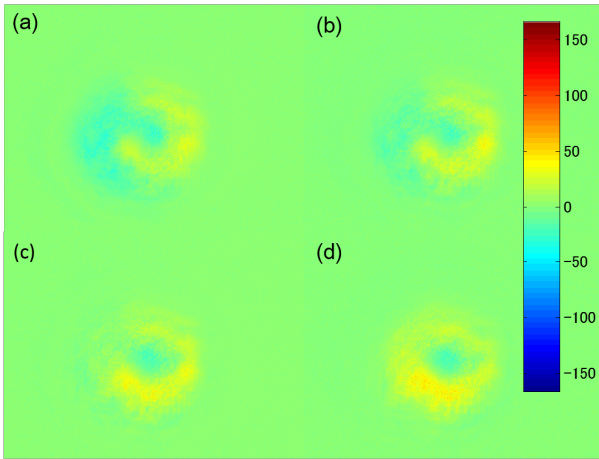


図 4: ラゲールガウスビームの軌道角運動量密度 ((a): シア角 0° における軌道角運動量密度、(b): シア角 4° における軌道角運動量密度、(c): シア角 8° における軌道角運動量密度、(d): シア角 12° における軌道角運動量密度)

図 4 より、シア角 0° でアライメントのずれによるストークスパラメーター S_3 の空間分布が確認された。しかし、シア角を大きくするにつれて本来の方位角方向によらない軌道角運動量密度分布に近づくことが確認できた。軌道角運動量密度を積分することで求めた軌道角運動量を図 5 に示す。

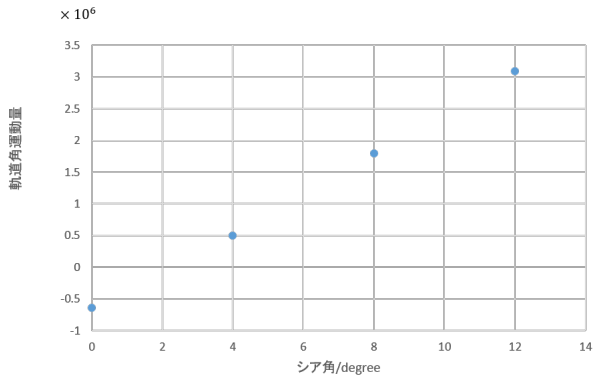


図 5: ラゲールガウスビームの軌道角運動量とシア角の関係

本実験ではアライメントのずれによって p 偏光と s 偏光の干渉計内の経路は完全に一致していなかったが、図 5 より、ラゲールガウスビームのビーム断面内の軌道角運動量の増分はシア角に比例していることが確認できる。これより、p 偏光と s 偏光の経路が完全に一致していなくてもビーム断面内の軌道角運動量は測定することが可能であることが確認できる。

パワーあたりの軌道角運動量とシア角の関係を以下の図 6 に示す。

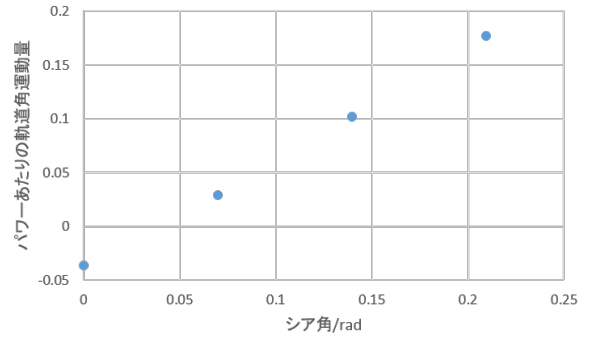


図 6: ラゲールガウスビームのパワーあたりの軌道角運動量とシア角の関係

図 6 の傾きは 1.02 ± 0.02 となった。また、本実験では方位角方向のモード指数 $m=1$ の光波を用いた。パワーあたりの軌道角運動量のシア角 $\Delta\theta$ に対する傾きと方位角方向のモード指数が理論通り一致することが確認できた。

5 非点収差を加えたラゲールガウスビームの軌道角運動量の測定

図 7 の光学系を用いて非点収差を加えたラゲールガウスビームの軌道角運動量の測定を行った。図 7 では、動径方向のモード指数 $p=0$ 、方位角方向のモード指数 $m=1$ のラゲールガウスビームを偏光板によって 135° の直線偏光へ変換し、p 偏光 (0° の直線偏光) 成分と s 偏光 (90° の直線偏光成分) の強度比を $1:1$ とする。p 偏光は Mirror-1、2、3、Dove prism の順で干渉計を伝搬、s 偏光は Dove prism、Mirror-3、2,1 の順で伝搬し、PBS で合成され、CCD カメラへと伝搬する。また、円筒面レンズは x 軸方向のみが集光するように設置する。

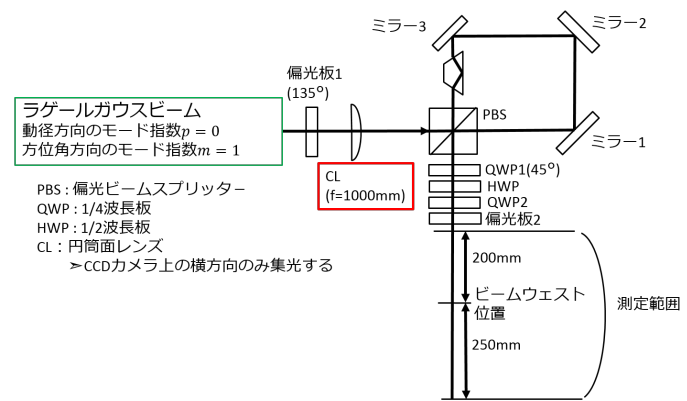
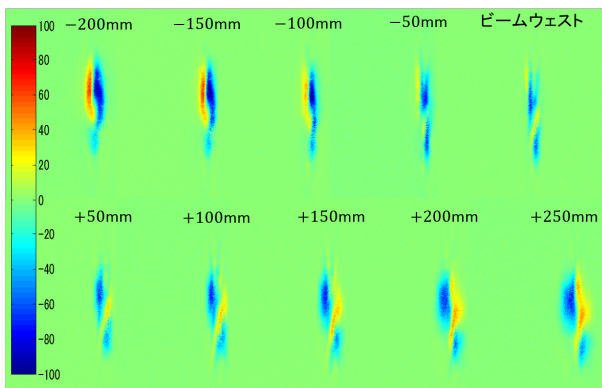


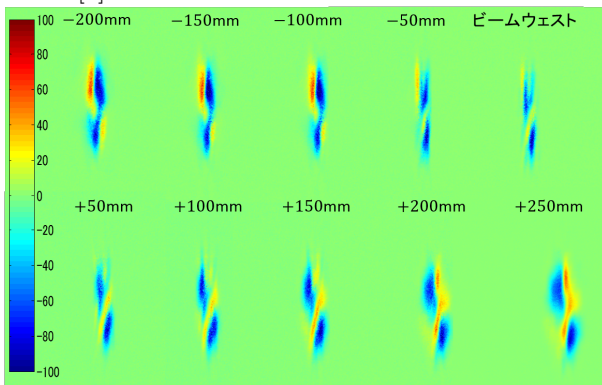
図 7: ラゲールガウスビームの軌道角運動量測定を行う実験系 (PBS:偏光ビームスプリッター、HWP:2 分の 1 波長板、QWP:4 分の 1 波長板、CL:円筒面レンズ (焦点距離 1000mm))

本研究では、シア角 4° 、 8° 、 12° における、ビームウェ

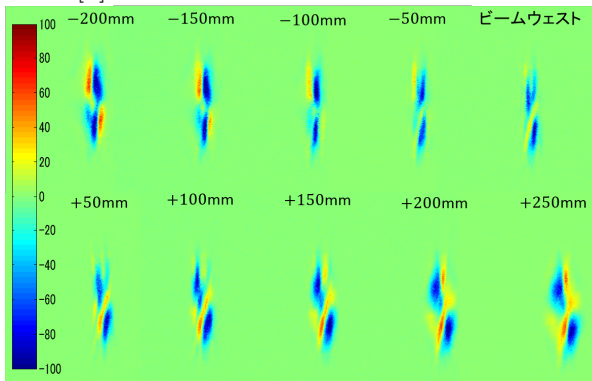
ストから -200mm の位置から $+250\text{mm}$ (光波の伝搬方向を正とする) の位置の範囲で 50mm おきに 10 点で測定し、ストークスパラメータを測定することで軌道角運動量の測定を行った。結果を図 8 に示す。



[a] シア角 4° における軌道角運動量密度



[b] シア角 8° における軌道角運動量密度



[c] シア角 12° における軌道角運動量密度

図 8: 非点収差を加えたラゲールガウスビームの軌道角運動量密度 (図の距離はビームウェストからの相対位置)

非点収差を加えたラゲールガウスビームはビームウェスト前後で軌道角運動量密度分布が反転していることが確認できた。

非点収差を加えたラゲールガウスビームの軌道角運動量を積分することで軌道角運動量を求めた。軌道角運動量と伝搬距離の関係を図 9、ビームウェストから -200mm の位置における軌道角運動量とシア角の関係を図 10、ビームウェスト位置における軌道角運動量とシア角の関係を図

11、ビームウェストから $+200\text{mm}$ の位置における軌道角運動量とシア角の関係を図 12 に示す。

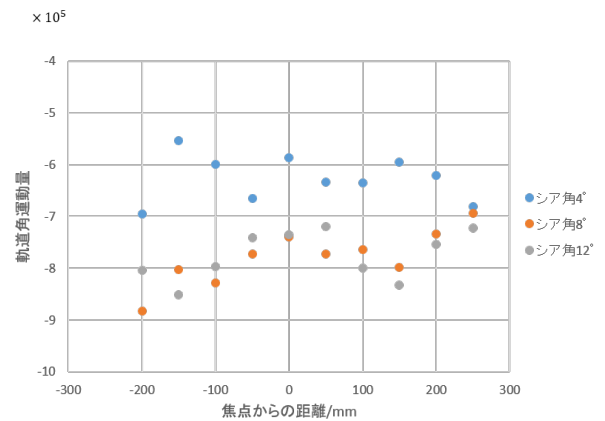


図 9: 非点収差を加えたラゲールガウスビームの軌道角運動量と伝搬距離の関係

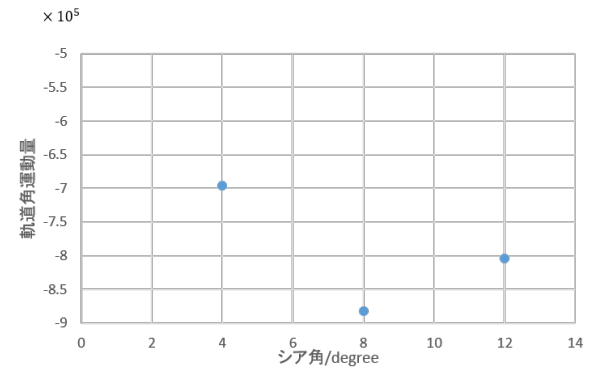


図 10: 焦点から -200mm の位置における非点収差を加えたラゲールガウスビームの軌道角運動量とシア角の関係

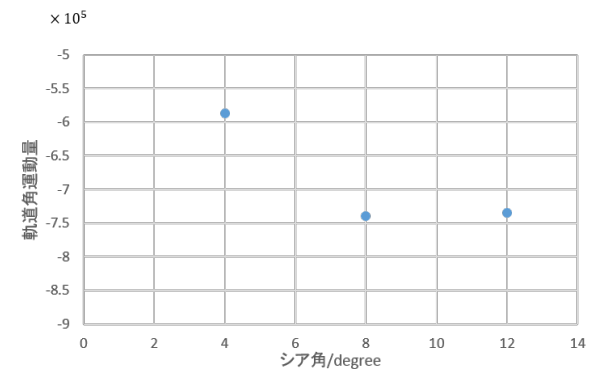


図 11: 焦点における非点収差を加えたラゲールガウスビームの軌道角運動量とシア角の関係

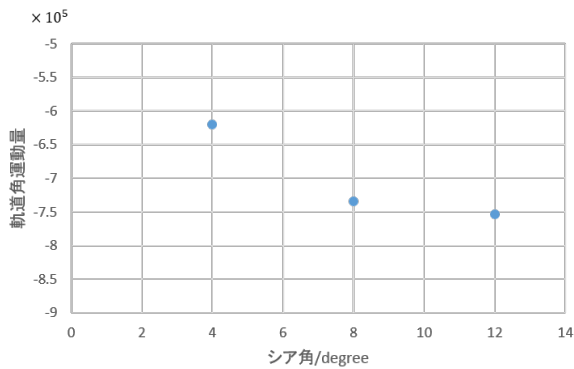


図 12: 焦点から +200mm の位置における非点収差を加えたラゲールガウスビームの軌道角運動量とシア角の関係

非点収差を加えたラゲールガウスビームは伝搬距離が変化すると軌道角運動量も変化していた。また、ビームウェスト前後で軌道角運動量密度分布が反転しても軌道角運動量の値は負の値をとっていた。

ラゲールガウスビームの軌道角運動量の測定では軌道角運動量はシア角に比例していたが、非点収差を加えたラゲールガウスビームの軌道角運動量の測定では軌道角運動量はシア角に比例していることが確認できなかった。軌道角運動量にシア角は比例するため、シア角が大きくなると軌道角運動量も大きくなるはずであったが、シア角の大きさが大きくなるにつれて軌道角運動量の絶対値が大きくなっているケースは焦点からの距離が -150mm、100mm、150mm、200mm、250mm のときである。このようなことが起こった原因として、ビームウェスト位置に対して +250mm の位置で干渉計のアライメントを行ったため、+250mm の位置から離れるにつれてアライメント精度が落ちた為に、ビームウェストに対して伝搬距離が負の位置では正確な軌道角運動量密度の測定が行えなかったことが挙げられる。

また、焦点付近では光波がより複雑な構造をとっているため測定が難しくなっていることが考えられる。シア角 8° とシア角 12° では軌道角運動量は近い値をとっている。シア角が小さいほど軌道角運動量密度は正確に測定できることができ、軌道角運動量はストークスパラメータ S_3 (軌道角運動量密度) を積分することで求めているので、軌道角運動量もシア角が小さいほど正確に求めることができる。以上より、シア角 8°、12° においては軌道角運動量の測定にはシア角が大きいすぎるため正確な軌道角運動量の測定ができていないことが考えられる。

以上より、軌道角運動量を測定するにはより精密なアライメントおよび小さなシア角での測定が必要である。

6 まとめ・今後の展望

本研究では、回転シア干渉計による軌道角運動量密度分布の測定法を提案し、ラゲールガウスビームと非点収差を加えたラゲールガウスビームの軌道角運動量の測定を行っ

た。本手法ではストークスパラメータ S_3 に軌道角運動量密度とシア角に比例した信号が現れる。ラゲールガウスビームはシア角 0°、4°、8°、12° で測定を行い、非点収差を加えたラゲールガウスは横方向のビームウェスト位置に対して伝搬距離 -200mm から +250mm の範囲で 10 点を選び、シア角 4°、8°、12° で測定を行った。

1. ラゲールガウスビームの軌道角運動の測定結果

シア角 0° でアライメントのずれによる S_3 の空間分布が確認され、ビーム断面内の積分値も 0 にならなかった。しかし、シア角を大きくするにつれて本来の方位角方向によらない軌道角運動量密度分布に近づき、ビーム断面内の積分値の増分も理論通りシア角に比例した。またパワーあたりの軌道角運動量のシア角に対する傾きは理論通り方位角方向のモード指数と一致することが確認できた。

2. 非点収差を加えたラゲールガウスビームの測定結果

ビーム断面内に S_3 の正負の領域が確認でき、横方向のビームウェストの前後では分布が変化した。一方 S_3 の積分値はシア角に対して非線型となり、より精密なアライメントと小さなシア角での測定が必要であることがわかった。

参考文献

- [1] Atsushi Wada, Takumi Ohtani, Yoko Miyamoto and Mitsuo Takeda, "Propagation analysis of the Laguerre-Gaussian beam with astigmatism" J. Opt. Soc. Am. A **22** (2005) 2746
- [2] Yoko Miyamoto, Atsushi Wada, Takashi Yonemura and Mitsuo Takeda, "Detailed measurement of the phase distribution of an optical beam with inverting vortex" J. Opt. **15** (2013) 044002
- [3] 米村高志, 「偏光を利用する位相測定法の改良とラゲールガウスビームの位相分布測定」, 電気通信大学修士論文, (2006)
- [4] 中澤誠人, 「サニャック型回転シア干渉計の試作」, 電気通信大学卒業論文, (2015)
- [5] 宮本洋子, 「光渦と角運動量」, 数理科学, **597**, (2013) 49