

ホログラムシフト法による軌道角運動量もつれ合い光子対の同時計数確率のシミュレーション

発表者：1313138 早瀬 茂法 指導教員：宮本 洋子

1 はじめに

本論文の目的はホログラムシフト法による軌道角運動量もつれ合い光子対の特性測定について、実験パラメーターと同時計数確率の振る舞いととの関係をシミュレーションにより明らかにすることである。これにより今後行う実験で使用するパラメーターを決定する。

近年、量子力学の基本的な性質を直接情報通信や情報処理に応用する量子情報科学の研究が急速に進展している。この量子情報科学において、量子もつれ合いが中心的な課題である。軌道角運動量の量子もつれ合いの検証のためには、異なる軌道角運動量状態の重ね合わせ状態で検出を行う必要がある。光子を軌道角運動量状態の重ね合わせ状態で検出するために、中心に欠陥構造を持つ回折格子である軌道角運動量状態検出用のホログラムが用いられる。重ね合わせ状態の検出には、このホログラムの欠陥位置を光軸からシフトするホログラムシフト法を用いる。もつれ合い状態を構成する二光子の両方にホログラムシフト法を適用する場合、位相ホログラム欠陥位置を方位角方向に走査したときの同時計数確率の変化は、高次のモードの影響のため、正弦関数から外れると期待される。実験ではこの現象を確認する予定である。そこで本論文では軌道角運動量もつれ合い光子対の同時計数確率が正弦曲線から大きく外れるパラメーター値を探索する。

2 ホログラムシフト法によるもつれ合い状態の検出方法

本研究ではもつれ合い状態の検出において、ホログラム欠陥位置を光軸中心からシフトする方法を用いる。もつれ合い状態とは2光子(A,B)の状態を各光子の状態の直積で表せないことをいい、これを検出するためには光子Aと光子Bをそれぞれ軌道角運動量重ね合わせ状態で検出して相関を調べる必要がある。各光子をシフトしたホログラムに入射して位相特異点を取り除き、シングルモードファイバを通して検出することで軌道角運動量重ね合わせ状態の検出を行う。2光子の同時計数確率を測定することで、軌道角運動量重ね合わせ状態の相関を調べることができる。

ホログラムシフト法によって検出される光子の量子状態は以下の式である。

$$|\psi_{m,n}(d, \theta; w_0, z_0 = 0)\rangle \propto \int \exp\{i \times n \times m \times \arg(\rho \cos \varphi + d \cos \theta, \rho \sin \varphi + d \sin \theta)\} \\ \times \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w_0} \exp(-\rho^2/w_0^2) a^\dagger(\mathbf{r})|0\rangle d\mathbf{r} \quad (1)$$

ここで $(\rho \cos \varphi + d \cos \theta, \rho \sin \varphi + d \sin \theta)$ は光源面における、直交座標系での光軸からみたホログラムの位相特異点の位置を表す。また、 m をホログラムの欠陥次数、 n を回折次数とした。

3 軌道角運動量もつれ合い光子対の量子状態

本研究では、パラメトリック下方変換によって軌道角運動量もつれ合い光子対を発生させる。アイドラ光、シグナル光、および励起光は全て単色光として扱い、伝搬方向に関して近軸近似が成り立つ領域で議論を進める。アイドラ光とシグナル光の位置空間表現のモード関数は以下の式で表される。

$$\Phi(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_I) = N_r \exp(-|\mathbf{r}_S + \mathbf{r}_I|/2|^2/w_P^2) \exp(-|\mathbf{r}_S - \mathbf{r}_I|/2|^2/\{1.42\sqrt{L/(4k_P)}\}^2) \quad (2)$$

ここで N_r は規格化定数であり、 $\mathbf{r}_{S,I}$ はそれぞれシグナル光とアイドラ光についてビーム断面内方向の位置を示している。 w_P は励起光の集光位置のビーム径、 k_P は励起光の波数ベクトルの大きさを表している。式(2)をもとに、位置空間の二光子状態を以下の式で書くことができる。

$$|\Psi\rangle_{\mathbf{r}} = \iint d\mathbf{r}_S d\mathbf{r}_I \Phi(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_I) a_I^\dagger(\mathbf{r}_I) a_S^\dagger(\mathbf{r}_S) |0, 0\rangle \quad (3)$$

ここで $a_{S,I}^\dagger(\mathbf{r}_{S,I})$ はシグナル・アイドラ光それぞれのビーム断面内方向位置 $\mathbf{r}_{S,I}$ に光子を作る生成演算子であり、 $|0, 0\rangle$ は真空状態である。

4 軌道角運動量もつれ合い光子対の同時計数確率

式 (1) と式 (3) から、シグナル、アイドラ側の位相ホログラム (H_I と H_S) の欠陥位置 ($d_I, \theta_I, d_S, \theta_S$) の関数として、同時計数確率は以下のように書ける。ただし回折次数は図 4 の通りとした。

$$\begin{aligned}
 P_m(d_I, \theta_I, d_S, \theta_S) &= |\langle \psi_I^m(d_I, \theta_I) | \langle \psi_S^m(d_S, \theta_S) | \Psi \rangle_{\mathbf{r}}|^2 \\
 &\propto \left| \iint d\mathbf{r}_S d\mathbf{r}_I \Phi(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_I) \exp(-\rho_S^2/w_0^2) \exp(-\rho_I^2/w_0^2) \right. \\
 &\quad \exp\{-i \times m \times \{\arg(\rho_I \cos \varphi_I + d_I \cos \theta_I, \rho_I \sin \varphi_I + d_I \sin \theta_I)\}\} \\
 &\quad \left. \exp\{i \times m \times \{\arg(\rho_S \cos \varphi_S + d_S \cos \theta_S, \rho_S \sin \varphi_S + d_S \sin \theta_S)\}\} \right|^2 \quad (4)
 \end{aligned}$$

この同時計数確率 (4) は、すべての高次モードの成分を含んだものである。同時計数確率 $P_m(d_I, \theta_I, d_S, \theta_S)$ は 4 つのパラメタ (位相ホログラムの欠陥の次数 m 、励起光およびシングルモードファイバに結合するビーム半径 w_P と w_0 、そして結晶長 L) で特徴付けられる。もつれ合い状態、検出基底のどちらかが 2 次元の場合、同時計数確率は正弦曲線となり、もつれ合い状態、検出器ともに 3 次元以上の場合、同時計数確率は非調和になる。

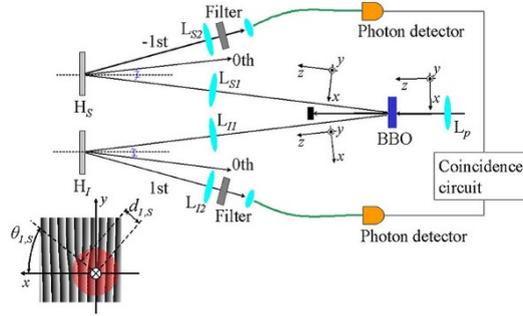


図 1: 同時計数確率測定を行う実験系 ($L_P, L_{S1}, L_{S2}, L_{I1}, L_{I2}$:レンズ, H_S, H_I :ホログラム, 左下は光軸とホログラム欠陥位置の関係を表す)[1]

5 シミュレーション方法

数式処理システム Mathematica を用いて式 (4) の同時計数確率を以下の手順で計算した。

1. 計算式を Mathematica に入力した。
2. 積分変数 \mathbf{r}_S と \mathbf{r}_I の極座標 (ρ_S, φ_S) と (ρ_I, φ_I) から直交座標を求め、直交座標を用いて計算式を入力した。
3. 被積分関数が正しく計算できているか確認するため、計算式を部分に分けてそれぞれ具体的に数値を代入し、プログラミングでの計算結果と電卓を用いて行った計算結果が同じであることを確かめた。
4. 波長やビームウェストなどの単位を [m] に設定すると計算結果に 0 が出力され、パラメーターを調整しても変化がなかったため、Mathematica が扱いやすい値になるように単位を [μm] に設定した。
5. 同時計数確率と θ_S の関係をグラフで表した。
6. 同時計数確率の最大値 1 と最小値との差を V とし、実験パラメーター値による変化を調べた。
7. 同時計数確率 P の変動部分を $-1 \sim 1$ に換算したものを P_{norm} として正弦関数との比較を行った。 $d_{S,I}/w_0 = 0.53$ に設定したときに、非調和になっていることを確認した。
8. パラメーター値を変え、同様の手順で非調和になっていることを確認し、 $d_{S,I}/w_0 = 0.53$ のときと正弦波とのずれの大きさを比較した。
9. 正弦曲線とのずれが大きくなるパラメーター値を探索した。

6 シミュレーション結果

本研究ではホログラム欠陥の次数 $m = 1$ の場合の方位角方向走査時の同時計数確率のシミュレーションを行った。シミュレーションを行う際に用いた各パラメーターの値を以下に示す。

$$\begin{aligned}
 \lambda_P &= 405\text{nm} & w_P &= 150\mu\text{m} \\
 w_0 &= w_P/2 = 75\mu\text{m} & L &= 3\text{mm} \\
 \theta_I &= 0
 \end{aligned}$$

ここで λ_P は励起光の波長、 w_P は励起光の集光位置のビーム径、 w_0 は検出側の結晶位置でのビーム径である。異なるパラメータ値に対する同時計数確率 P を比較した結果を図 2 に示す。図 2 で示すように V を設定し、 V の比較を行った。 V と $d_{S,I}/w_0$ の関係を図 3 に示す。図 3 より、 $d_{S,I}/w_0 = 0.53$ と設定したときに V が最大値になることから、この値において同時計数確率の変化が最大になることがわかった。

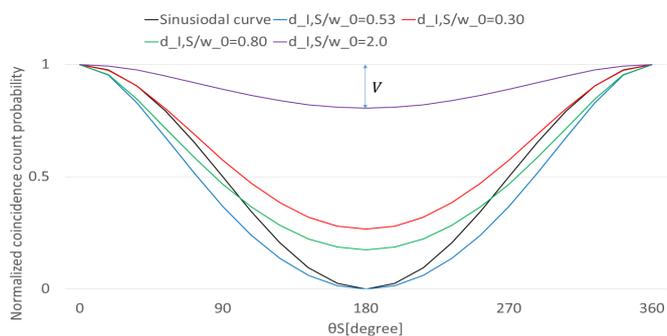


図 2: 同時計数確率 P (最大値を 1 に換算)

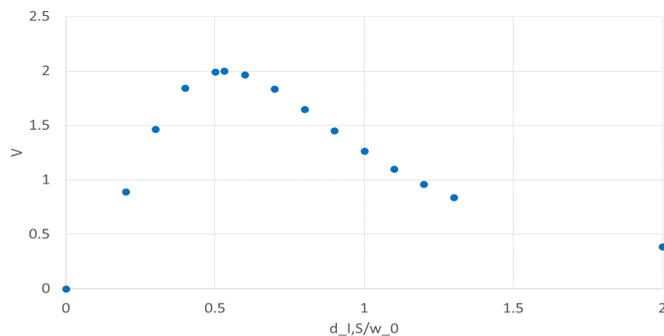


図 3: V と $d_{S,I}/w_0$ の関係

6.1 関数形の分析

$d_{S,I}/w_0 = 0.53$ のときの同時計数確率の変動部分を $-1 \sim 1$ の範囲に規格化した P_{norm} と余弦関数を比較したグラフを図 4 に示す。 $d_{S,I}/w_0 = 0.53$ と設定したときの同時計数確率と θ_S の関係が正弦曲線から外れることがわかった。

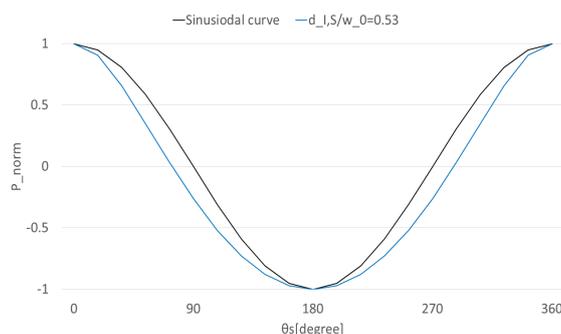


図 4: P_{norm} と正弦曲線の比較 ($d_{S,I}/w_0 = 0.53$)

次に、 $d_{S,I}/w_0 = 0.53$ のときの同時計数確率と各パラメータのときの同時計数確率を比較し、どちらの方がより正弦曲線から外れているかを調べた。その結果、 $d_{S,I}/w_0 = 0.20 \sim 0.50, 1.1 \sim 2.0$ の範囲では正弦関数から外れているが、 $d_{S,I}/w_0 = 0.53$ のときと比べてずれが小さいことがわかった。ここでは正弦曲線と $d_{S,I}/w_0 = 0.53, 0.30$ の比較を図 5 に示した。また、 $d_{S,I}/w_0 = 0.60 \sim 1.0$ の範囲では $d_{S,I}/w_0 = 0.53$ のときと比べて、わずかであるが正弦曲線から大きく外れていることがわかった。ここでは正弦曲線と $d_{S,I}/w_0 = 0.53, 0.80$ の比較を図 6 に示した。

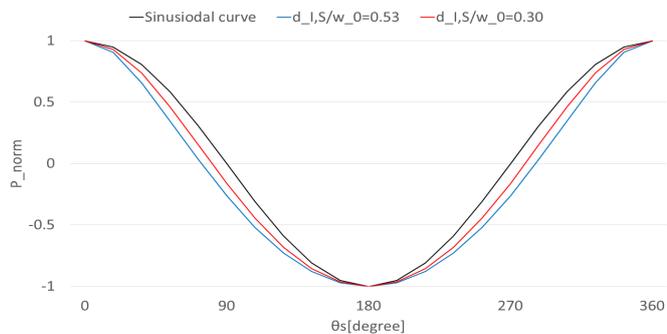


図 5: P_{norm} の比較 (正弦曲線と $d_{S,I}/w_0 = 0.53, 0.30$)

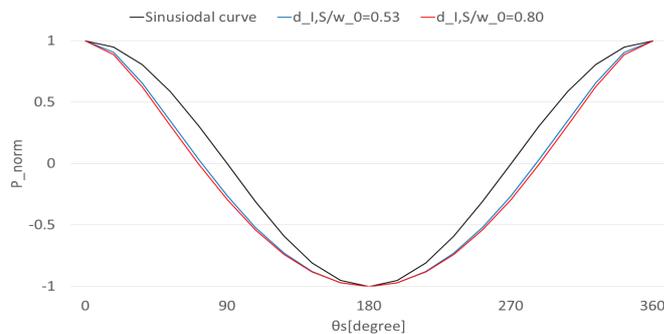


図 6: P_{norm} の比較 (正弦曲線と $d_{S,I}/w_0 = 0.53, 0.80$)

6.2 シミュレーション結果の比較

同時計数確率の変動部分と正弦曲線とのずれを変動部分の振幅の大きさを含め総合的に評価するため、 Y を以下のように定義して図7に示した。

$$Y = (\cos \theta_S - P_{\text{norm}}) \times V/2 \quad (5)$$

図7より、 $d_{S,I}/w_0 = 0.60$ と設定したときに最大値を示したことから、このパラメータ値で最も同時計数確率の正弦曲線からのずれが大きいことがわかった。

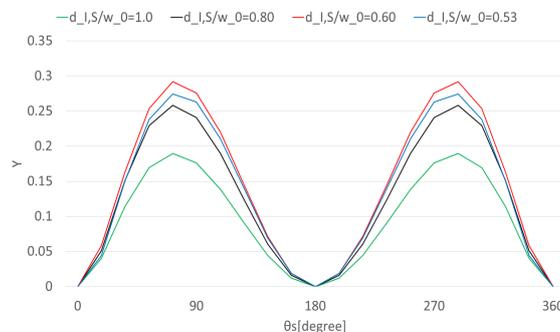


図7: 同時計数確率の変動部分と正弦曲線とのずれの比較 ($d_{S,I}/w_0 = 0.60 \sim 1.0$)

7 まとめ

本論文では、ホログラムシフト法による軌道角運動量もつれ合い光子対の特性測定について、実験パラメータと同時計数確率の振る舞いとの関係性をシミュレーションで明らかにした。シミュレーションの結果、 $w_0 = 75 \mu\text{m}$ に対して $d_S/w_0 = d_I/w_0 = 0.53$ の時、正弦曲線から離れ、高次のモードの影響を受けていることが確認された。また $d_{S,I}$ を変化させて探索を行うと、 $d_S/w_0 = d_I/w_0 = 0.60 \sim 1.0$ の範囲において正弦曲線とのずれが大きくなる結果が得られた。

正弦曲線と同時計数確率の変動部分のずれの大きさについて総合的に評価し、 $d_S/w_0 = d_I/w_0 = 0.60$ 付近が実験するときの最適なパラメータ値という結果が得られた。

今後行う実験では $d_S/w_0 = d_I/w_0 = 0.60$ 付近で同時計数確率を測定し、非調和な振る舞いを確認する。

参考文献

- [1] 川瀬大輔, 「光子の軌道角運動量もつれ合いの生成と制御に関する研究」, 北海道大学博士論文, (2009)
- [2] 尾崎雄亮, 「パラメトリック蛍光光子対の軌道角運動量の連れ合い状態の検出」, 電気通信大学修士論文, (2008)
- [3] C. H. Monken, P. H. Souto Ribeiro, and S. Pádua, “Transfer of angular spectrum and image formation in spontaneous parametric down-conversion”, *Phys. Rev. A* **57**, 3123-3126(1998)
- [4] S. P. Walborn, A. N. de Oliveira, S. Pádua, and C. H. Monken, “Multimode Hong-Ou-Mandel Interference”, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 143601(2003)
- [5] G. F. Calvo, A. Picón, and A. Bramon, “Measuring two-photon orbital angular momentum entanglement”, *Phys. Rev. A* **75**, 012319(2007)
- [6] C. K. Law and J. H. Eberly, “Analysis and Interpretation of High Transverse Entanglement in Optical Parametric Down Conversion”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 127903(2004)
- [7] M. P. van Exter, A. Aiello, S. S. R. Oemrawsingh, G. Nienhuis, and J. P. Woerdman, “Effect of spatial filtering on the Schmidt decomposition of entangled photons”, *Phys. Rev. A* **74**, 012309(2006)
- [8] 亀井健, 「電子線露光による光子の軌道角運動量重ね合わせ状態検出用ホログラムの作製」, 電気通信大学修士論文, (2015)
- [9] Joseph P. Kirk and Alan L. Jones, “Phase-only complex-valued spatial filter”, *Journal of the Optical Society of America*, **61**, 8, 1023-1028 (1971)
- [10] 佐藤裕典, 坂本雄児, 「フーリエ変換光学系を用いた計算機合成ホログラムにおける物体表示領域の拡大」, ITE Technical Report, **34**, 31, (2010)