

混合量子気体のダイナミクス観測にむけた

リング型光ポテンシャルの開発

先進理工学専攻 岸本研究室 稲田 寛之

1 背景と目的

ボース・アインシュタイン凝縮(BEC)状態の原子の重要な性質の一つとして超流動性が挙げられる。1995年にBECの生成が確認されて以来、このような量子気体は超流動現象の研究対象として重要な地位を築いてきた。

量子気体における超流動性は量子渦により顕著になる。一般的に量子渦は、波動関数の位相整合性により量子化された循環をもつが、リング型の擬一次元的なポテンシャル中に閉じ込められた2成分の量子気体においてはその限りではない。そのような系では斥力相互作用により2成分が分離され、1つの成分がもう片方の成分により切断された状態になると波動関数の位相整合性が適用されなくなるからである。このときそれぞれの循環は量子化されない。一方、相互作用が弱く2成分が完全に混ざりあった状態では、位相整合性からそれぞれの成分の循環は量子化される。

本研究室ではフェッシュバッハ共鳴により相互作用を制御することで、例えばリングポテンシャル中の2成分系を非量子化された循環から量子化された循環へ移行させる実験を目指している。このとき変化の前後で全角運動量が保存されることから、非自明なダイナミクスが起こることが予想される。今回はそのような実験の実現にむけ、原子を捕獲するのに必要なリング型光ポテ

ンシャルの開発を行った。

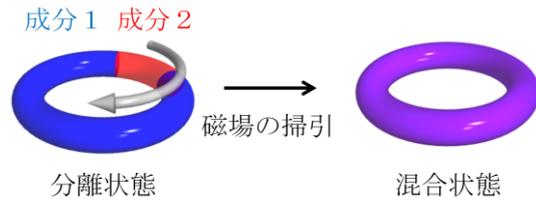


図1 混合分離性の変化

2 リング型光ポテンシャル

本研究ではガウシアンビームの掃引によりリング型光ポテンシャルを目指す。リング型の光はLaguerre-Gaussian beamにより生成することも可能だが、ポテンシャルに捕獲された量子気体に任意の角運動量を与えるためにリングの変形や回転操作を行いたいなどの理由から今回のような手法を採用した。

2.1 理論

ガウシアンビームの掃引によるリング光の光強度は以下のように計算される。

$$I(r) = \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \frac{2P}{\pi w_0^2} \exp\left(\frac{-2(r - a \cos(\omega t))^2 + (0 - a \sin(\omega t))^2}{w_0^2}\right) \right\} dt$$
$$= \frac{2P}{\pi w_0^2} \exp\left(\frac{-2(r^2 + a^2)}{w_0^2}\right) \Gamma_0\left(\frac{4ar}{w_0^2}\right) \quad (1)$$

P、a、 w_0 はそれぞれビームのパワーとリングの半径、焦点におけるビーム半径である。また Γ_0 は0次の変形ベッセル関数である。

式(1)により計算したStark shiftとトラップ周波数を図2、3に示す。本研究ではリング型光ポテンシャルにより擬1次元系

を用意したいため w_0 と a の比をできるだけ大きくとれるようにしたい。したがって今回は我々の系において現実的な値として w_0 を $3\mu\text{m}$ とし計算した。また $P=1\text{mW}$ とした。例えば $r=20\mu\text{m}$ の値に注目すると、それぞれの値は 319nK と 585Hz である。K. Henderson のグループも近い条件で ($P=1.5\text{mW}$, $w_0=2.5\mu\text{m}$, $a=20\mu\text{m}$) で実験を行いリング型光ポテンシャル中で BEC を生成しているため、これらの値は妥当であるといえる[1]。したがって今回は $w_0=3\mu\text{m}$, $a=20\mu\text{m}$ としリングの設計を行った。

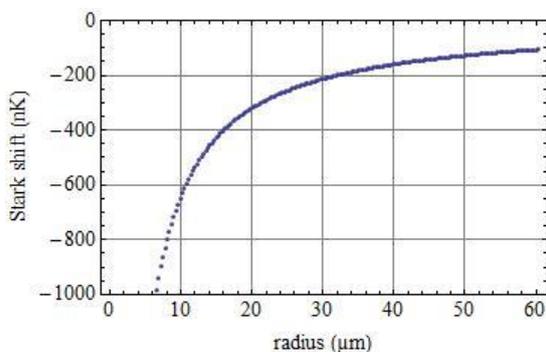


図 2 Stark shift

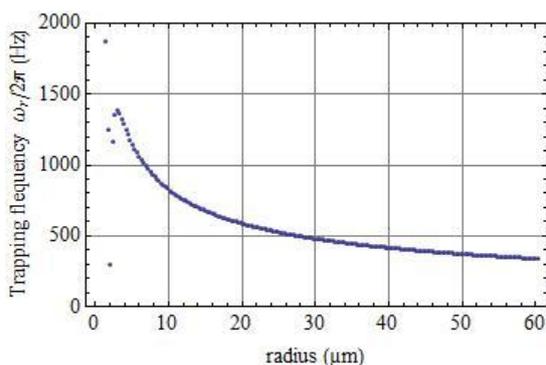


図 3 トラップ周波数

2.2 ビーム間隔の計算

今回のシステムではガウシアンビームの位置を離散的に変化させることでビームの掃引を実行する。本研究ではポテンシャルの底が滑らかな系への原子の捕獲をめざし

ているが、今回の方法ではポテンシャルの底にリップル構造を形成してしまう。リップルの大きさをビームの間隔に対して計算したプロットが図4になる。この計算では簡単のためリングではなく1次元的にビームを並べたモデルについて計算した。また、ポテンシャルの深さは常に 319nK としている。このグラフから、ビームの間隔が広がることでリップルの大きさが大きく増加することが分かる。したがって、ポテンシャルの底を滑らかにするためにはビームの間隔を狭くする必要がある。

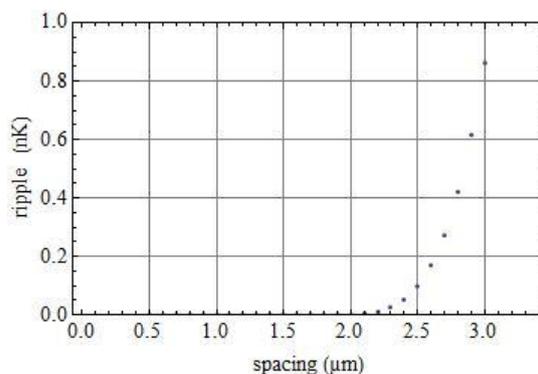


図 4 リップルの大きさの変化

今回はリップルの大きさがリングポテンシャル中の BEC の化学ポテンシャルのより十分小さい場合、原子にとってポテンシャルが十分滑らかであると考えことにし、両者の比が $1:1000$ 以上になるようなビーム間隔を選択することにした。

リングポテンシャル中の BEC の化学ポテンシャルは次式から求まる[2]。

$$\mu = \hbar\sqrt{\omega_r\omega_z}\sqrt{\frac{3Na_s}{4a}} \quad (2)$$

N , a_s は原子数と s 波散乱長、 ω_r , ω_z はそれぞれ動径方向とリングに垂直な方向のトラップ周波数であるが、今回の計算では $\omega_r=\omega_z$ とする。式(2)に先ほどのリングポテ

ンシャルのパラメータ($a=20 \mu\text{m}$, $\omega_r=2\pi \times 585\text{Hz}$)と ^{87}Rb の $a_s=100a_0$ (a_0 :ボーア半径)、我々が目指す原子のオーダー $N=10^5$ を代入すると $\mu=140\text{nK}$ となった。したがって今回はビームの間隔を $2 \mu\text{m}$ として回折光掃引のシステムを開発することにした。このとき半径 $20 \mu\text{m}$ のリングは65点の回折光により構成される。

3 FPGA と DDS による周波数変調波生成システム

本研究では2軸の Acousto-Optic Deflector(AOD)の回折光を掃引することによりリングを描けるシステムを構築した。AOD は結晶の屈折率変化を利用した一種の位相型回折格子であり、入力信号の周波数と振幅によりそれぞれ回折角と回折効率が決まる。回折角は周波数に対し線形的に変化するため、2軸の AOD に入力する交流電圧の周波数をそれぞれ正弦的、余弦的に変化させることでリングの形に回折光を掃引することができる。

回折光の位置は時間的に変化するが、掃引をトラップ周波数より十分速く実行することで時間平均ポテンシャルとしてリング型ポテンシャルを実現し、原子を捕獲することができる。今回は高速に周波数を掃引するために Field Programmable Gate Array(FPGA)と Direct Digital

Synthesizer(DDS)を採用した。

3.1 DDS の周波数制御システム

今回は FPGA に DDS の周波数書き換えプログラムを作製した。DDS は完全にデジタル信号で制御されるため、高い周波数安定性と周波数分解能をもち、回折光の掃引を再現性良く繰り返すことができる。一方、FPGA はプログラムの並列処理が可能であり、また内部クロックの速度の I/O 動作でダイレクトに DDS の制御を実行できるため高速に周波数を書き換えることができる。

今回は DDS として ANALOG DEVICE 社の AD9858、FPGA として Xilinx 社の XEM3001 を使用した。50MHz の内部クロックで駆動される XEM3001 により平行通信で AD9858 を制御することで、400ns に1回の周波数書き換えを可能にした。前節からリング一周は65点の回折光で構成されるので掃引周波数は約 38kHz となる。これはトラップ周波数 585Hz に比べて十分高速であり、先行研究[1]からも時間平均ポテンシャルが実現可能であることが十分考えられる。

3.1.1 システムの概要

今回は FPGA のインターフェースとして LabVIEW を使用した。LabVIEW では FPGA のプログラミングの制御と必要なパラメータの指定を行う。

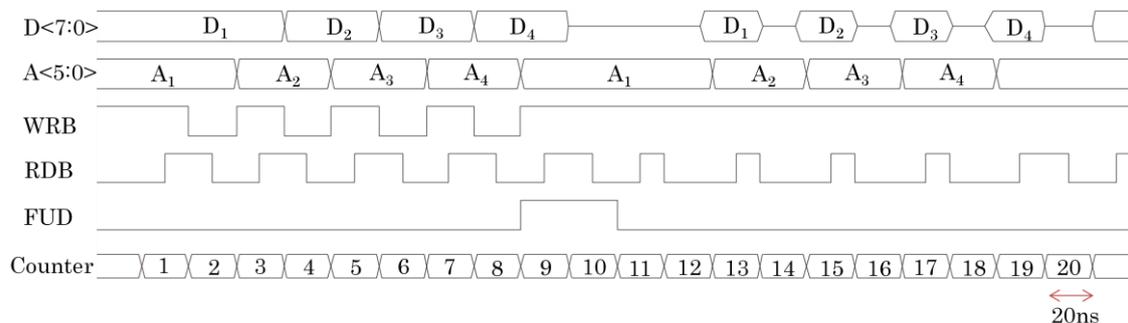


図 5 DDS 制御のタイミングサイクル

また、FPGA へ転送する周波数データを text file で指定できる機能をもたせた。このことにより、必要な周波数データを mathematica などの数値計算ソフトにより用意することで DDS の出力周波数の複雑な変調もできるようにした。

FPGA にプログラミングした DDS 制御サイクルを図 5 に示す。今回は FTW の書き込みだけでなく、出力周波数の読み出しも行うことでデバックを行いやすくした。FTW の書き込みと読み出しを交互に実行するため、1 サイクルが 20CLK(=400ns) となった。

3.1.2 回折光の確認

今回のシステムでは 1 台の XEM3001 で 2 台の AD9858 を制御し、2 軸の AOD でリング型に回折光の掃引を行った。CCD に結像した回折光が図 6 である。今回はシステムの操作確認が目的だったのでリングの大きさにこだわらずに結像している。

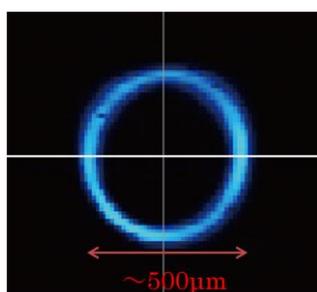


図 6 回折光の掃引によるリング

この結果からリングは確認できるがその形は真円から少し歪んでいる。これは今回のシステムでは周波数を描きかえる時間が AOD の応答に比べて早すぎることが原因だと考えられる。本研究ではリングの大きさとビーム径の比を大きく取りたいので、結晶の大きな AOD(IntraAction 社製、DTD-274HA6)を使用している。今回

のシステムでは 400ns の周期で周波数を書き換えているが、これが AOD の結晶中を音波が伝搬する時間に比べて早いため、ビームが当たる結晶の位置によって受ける回折の効果が変わるのだと考えられる。DTD-274HA6 のスペックシート[3]によると直径 1mm のビームに対し Access Time が 1.6μs であることから、今回の実験のように直径約 1mm のビームを使用する場合には、周波数の書き換え時に 1.6μs 以上の時間間隔をあける必要があったと考えられる。

したがって本研究の実験系においては、時間平均ポテンシャルに向け回折光の掃引速度を上げるために、単に周波数の書き換えを速く実行すればよいというわけではないことが分かった。今後は書き換え時間を調整できるような機能をプログラムに追加することで、最適な書き換え速度の領域で実験を行う必要がある。

3.2 循環状態への移行にむけた光ポテンシャル操作

本研究では非対称なポテンシャルを回転させることで、捕獲された原子に任意の角運動量を与える手段を取る[4]。今回は非対称な形として、リングの一部に欠陥がある場合(C型)と、楕円について考えた。

3.2.1 回転システムの概要

今回のシステムでは、異なる回転角のポテンシャルを順次切り替えていくことで回転を実行する。回転を高速に実行するため、プログラム実行中に LabVIEW から周波数データの転送を行いたくなかったため、回転に必要な全ての周波数データはあらかじめ FPGA の RAM に格納するようにした。したがって掃引できるポテンシ

ヤル数が限られるため、回転の滑らかさは RAM の容量に依存する。今回使用した FPGA ボード XEM3001 は RAM の容量が約 12800bit であり、これは 65 点で構成されるリングでは 61 種類のポテンシャルしか掃引で用意することが出来ない。これは円が一周 360 度であることを考えると明らかに不十分である。したがって今後はより大容量の RAM を採用することで回転を滑らかにを行う予定である。今回は主に回転システムの構築と動作確認を目的とし開発を行った。

3.2.2 C 型ポテンシャル

この操作では前節で設計した真円のリングの一部に欠陥を生じさせた形のポテンシャルを使用し、欠陥の位置をリングによって変化させていくことで実効的にポテンシャルを回転させ、最終的に欠陥をうめることで循環状態への移行を目指す。

今回のシステムではポテンシャルの回転速度 $\omega(t)$ は原子が欠陥の位置に追従するように、遅い状態から目的の速度まで加速するようにプログラムを設計した(図 7)。

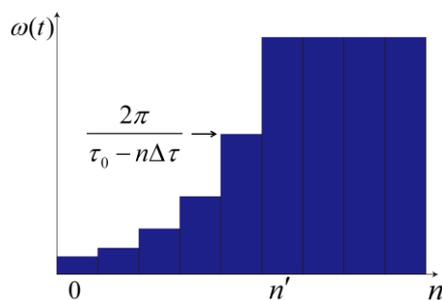


図 7 回転周波数の変化

このプログラムではリングを切り替える時間を初期設定の τ_0 から短くしていくことで回転速度を上げている。その変化量はポテンシャルの番号 n に比例させている

ため図 7 に示すような増加になる。開始時の切り替え時間 τ_0 、切り替え時間の一回の変化量 $\Delta\tau$ 、 $\omega(t)$ を変化させる回数 n' は LabVIEW から操作可能にした。

今回のプログラムではポテンシャルの形を 65 回切り替えることで回転を実行している。このことから、実現可能な回転周波数は $1/(26\mu\text{s} \times 65) = 592\text{Hz}$ となる。これに対し、例えば渦度 1 の量子渦がもつ大きさ程度の角運動量を与えたい場合、超流動速度を求める式 $\vec{v} = \hbar/2M\nabla\phi$ (M : 原子の質量、 ϕ : 波動関数の位相) から求まる速度 $\vec{v} \sim 0.0365\text{mm/s}$ 程度でポテンシャルを回転させればよい。この値は $2\pi \times 592\text{Hz} \times 20\mu\text{m} \sim 74.4\text{mm/s}$ より小さいので、今回のシステムで十分実験が可能である。また、今後 RAM の増加によりリングの数を 10 倍まで増やし、より滑らかに回転させたとしても角運動量を与えるには十分高速な速度領域である。

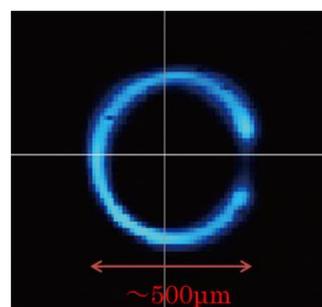


図 8 C 型リング

今回のシステムにより得られた C 型の回折光を CCD に結像したものを図 8 に示す。欠陥の部分に注目すると本来回折光が当たらない部分も僅かに光があたっているように見える。この原因もまた周波数を書き換える速度が AOD の応答より早すぎるためだと考えられる。

3.2.2 楕円型ポテンシャル

楕円形に歪ませたポテンシャルを回転させることで BEC に量子渦を生成する実験は過去に実証されている [4]。この実験は調和型ポテンシャルに捕獲された原子集団を対象に行われているが、我々はリングを楕円に歪めたポテンシャルに捉えられた原子に対して同様の実験を試みる。

今回のシステムでは真円のリングが回転速度 ω で回転しながら半周の間に楕円に変形し、 n 周回転した後、回転しながら再び半周の間に真円に戻るようプログラムを設計した。それぞれのパラメータ、 ω と n は LabVIEW から操作可能にした。

また回転を構成するそれぞれの楕円は mathematica により計算した。その際に、楕円の周囲長が楕円の変形時に常に一定になるように注意した。これは周囲長が変わることによってポテンシャルの深さが変動し、parametric heating が起こるのを防ぐためである。また、ビームの間隔も常に一定になるようにした。

CCD に結像した回折光を図 9 に示す。

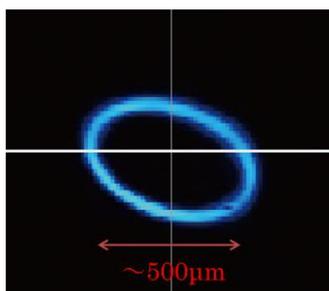


図 9 楕円型リング

4 まとめと今後の展望

今回は FPGA と DDS を用いて周波数変調波生成システムの開発を行った。回折光の掃引により時間平均ポテンシャルを実現するためには回折光の掃引をトラップ周波数より十分高速に行う必要があるが、

今回のシステムでは掃引周波数として 38kHz を達成し、時間平均ポテンシャルが十分可能と考えられる速さで掃引が行えた。しかし、今回はシステムで実現できる最短時間(400ns)で DDS の周波数を書き込んでいたため、AOD の結晶中を音波が伝搬する時間に比べて早く周波数が切り替わり、その結果、ビームが結晶にあたる位置によって受ける回折効果が変わり、真円で得るはずの回折光が楕円型になった。したがって、今後は周波数を切り替える機能をプログラムに追加し、最適な切り替え時間の領域を探す必要がある。

次に任意の角運動量を与えるための光ポテンシャルの操作のためのシステムの開発を行い、動作を確認した。今回は RAM の容量の少ない FPGA を用いたため、回転の滑らかさなどで大きく制限されたが、今後はより容量の大きな FPGA を用いることで、より自由度の高いポテンシャル操作を目指す。

最後に、今回の開発にあたって FPGA の技術習得のために半年間ご指導下さった志賀信康博士、木戸耕太研究員に深く感謝を申し上げます。

参考文献

- [1]Henderson.K,C.Ryu,C.Mac Cormic and M.G.Boshier,NewJ.Phys.,**11**,043030(2009)
- [2]S.K.Schnlle,E.D.van Ooijen, M.J.Davis,N.R.Heckenberg,H.Rubinsztein-Dunlop,Opt.Express,**16**,1405-12(2008)
- [3]IntraAction 社
<http://www.intraaction.com>
- [4]K.W.Madison,F.Chevy,W.Wohlleben and J.Dalibard,Phys.Rev.Lett.,**84**,806 (2000)