イオントラップの力学模型の作製

電子物性工学科　清水和子研究室　山下賢悟

【目的】

２次元イオントラップと同じ力学的構成である回転する鞍型ポテンシャルの模型を作製し、このポテンシャル上の小球が安定することを示すことで、２次元イオントラップ中の荷電粒子の微小運動を力学モデルで実現する。

【原理】

イオントラップとは電磁場を用いてイオンを空間に閉じ込める装置である。荷電粒子を静電場の中に置くと粒子は電場の正（または負）の方に力を受けてある方向に運動する。あらゆる位置で電場の向きが空間の１点に向かう静電場を自由空間に作ることは出来ないので、荷電粒子を静電場でトラップすることは出来ない。

しかし、適当な電場分布を作り、その方向を交互にスイッチするとあらゆる方向で力が１点に向かうようにすることができる。このようなイオンの性質を用い、３次元方向にそれぞれ閉じ込めることによってトラップできる。図１は、その電極構造の１例である。

イオントラップでは、静電場と静磁場を用いるペニングトラップ、交流電場と静電場を用いるポールトラップが主に使われ、本研究では、ポールトラップの方法を用いている。

ポールトラップでのポテンシャルは、

３次元では　・$U=B\sin(\Omega t)(x^2+y^2-2z^2)$

２次元では　・$U=B\sin(\Omega t)(x^2-y^2)$

2 次元ポールトラップのポテンシャルが、時間と共にどのように変化しているかを図 2 に示す。

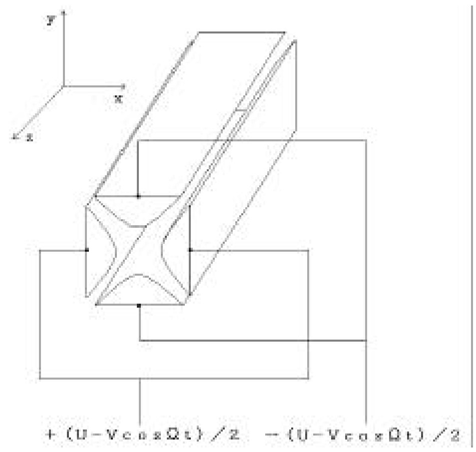


図１　イオントラップの電極構造

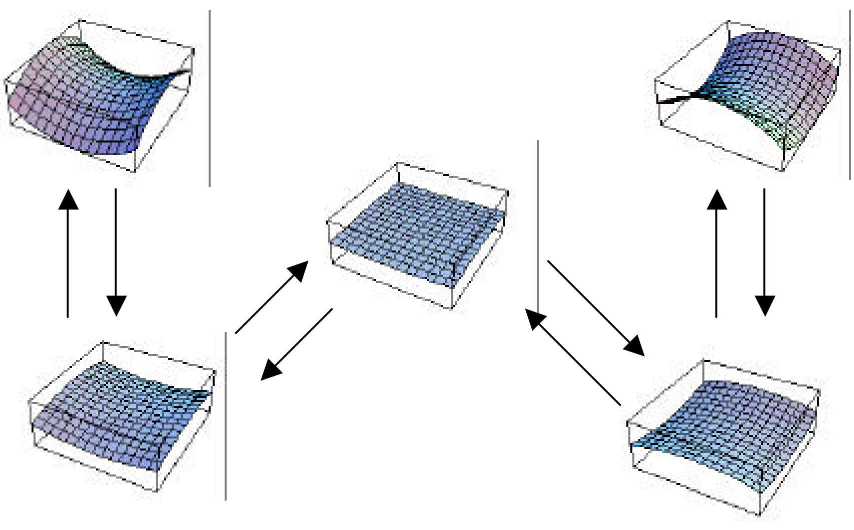


図 2　ポールトラップの 2 次元におけるポテンシャル変化

実際に力学模型を作製する際、図 2のように
ポテンシャルの曲面を時間的に変化させること
は非常に難しい。

本研究では図 3のポテンシャルの形の模型
を作製し、モーターで回転させることで力学モ
デルとした。

図 3での Ω は、模型を回転させた時の角速
度である。

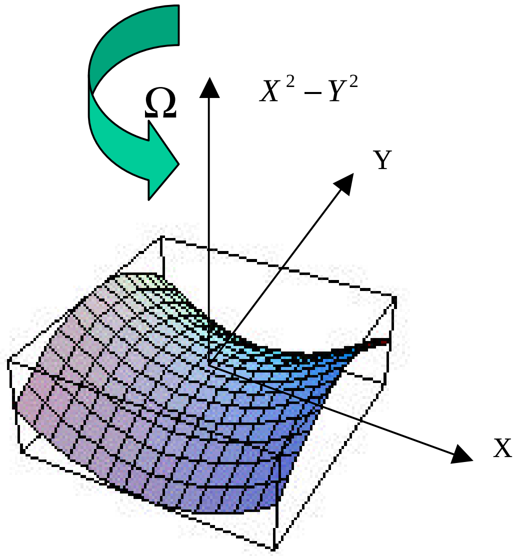


図 3　力学模型で作製したポテンシャルモデル

力学模型での球の運動とポールトラップでの荷電粒子の運動を求め、それぞれの運動を比較し、近似できる事を確認する。まず、力学模型での球の運動方程式を求めると、ポールトラップの 2 次元でのポテンシャルはわかっているので、

$$X(t) = x_0(t) + \eta_x(t)$$
$$Y(t) = y_0(t) + \eta_y(t)$$

$x_0(t), y_0(t)$: **ωで振動する項**
$\eta_x(t)$、$\eta_y(t)$: **Ωで振動する項**
（Ω：模型の角速度　ω：球の角速度）

$$\eta_x(t) = A_x \cos 2\Omega t + B_x \sin 2\Omega t$$
$$\eta_y(t) = A_y \cos 2\Omega t + B_y \sin 2\Omega t$$

を代入して、X 軸、Y 軸についてそれぞれ運動方程式を立てると

$$\frac{d^2X(t)}{dt^2} = \frac{d^2x_0(t)}{dt^2} - 4\Omega^2(A_x \cos 2\Omega t + B_x \sin 2\Omega t) \qquad (1)$$
$$\frac{d^2Y(t)}{dt^2} = \frac{dy_0(t)}{d^2t} - 4\Omega^2(A_y \cos 2\Omega t + B_y \sin 2\Omega t) \qquad (2)$$

また、$mgh = U$ より

$$F = -\nabla U$$

よって

$$\frac{d^2X(t)}{dt^2} = -Bg\{x_0(t)\cdot\cos 2\Omega t + y_0(t)\cdot\sin 2\Omega t + \frac{1}{2}(A_x + B_y\} \qquad (3)$$
$$\frac{d^2Y(t)}{dt^2} = -Bg\{x_0(t)\cdot\sin 2\Omega t + y_0(t)\cdot\cos 2\Omega t - \frac{1}{2}(A_y - B_x)\} \qquad (4)$$

従って、（1）＝（3）、（2）＝（4）として解くと、

$$A_x = \frac{g}{4\Omega^2}\cdot x_0(t) \quad 、\ A_y = \frac{g}{4\Omega^2}\cdot y_0(t) \quad 、\ B_x = \frac{g}{4\Omega^2}\cdot y_0(t) \quad 、\ B_y = \frac{g}{4\Omega^2}\cdot x_0(t)$$

よって

$$\frac{d^2x_0(t)}{dt^2} = \frac{1}{2}(A_x + B_y) = \frac{g}{4\Omega^2}\bullet x_0(t)$$

$$\frac{d^2y_0(t)}{dt^2} = -\frac{1}{2}(A_y - B_x) = \frac{g}{4\Omega^2}\bullet y_0(t)$$

$\omega \le \Omega$ **より**

$$x_0(t) = x_0\cos\omega t$$

$$y_0(t) = y_0\cos\omega t$$

X **軸、**Y **軸についてそれぞれ求めると近似より**

$$X(t) = x_0\cos\omega t - \frac{1}{4\Omega^2}(x_0\cos 2\Omega t + y_0\sin 2\Omega t) \cong x_0\cos\omega t$$

$$Y(t) = y_0\cos\omega t - \frac{1}{4\Omega^2}(y_0\cos 2\Omega t + x_0\sin 2\Omega t) \cong y_0\cos\omega t$$

ポールトラップでの荷電粒子の運動方程式は

$$X(t) = \left(1 + \frac{eV_0}{Mr_0\Omega^2}\cdot\cos\Omega t\right)x_0\cos\omega t \cong x_0\cos\omega t$$

$$Y(t) = \left(1 + \frac{eV_0}{Mr_0\Omega^2}\cdot\cos\Omega t\right)y_0\cos\omega t \cong y_0\cos\omega t$$

$$\omega << \Omega \quad 、x_0, y_0 >> \frac{eV_0}{Mr_0\Omega^2}$$

(Ω：電圧の周波数　　ω：荷電粒子の角速度)

となり、力学模型での球の運動とイオントラップでの荷電粒子の運動は等しいことが確認出来た。図 4、5はそれぞれの運動をグラフにしたものである。グラフからも運動がほぼ等しいことがわかる。

図４　力学模型での球の運動

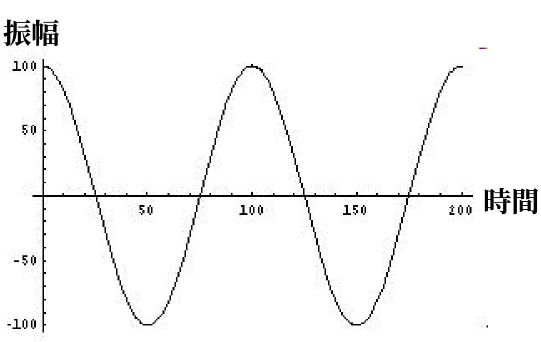
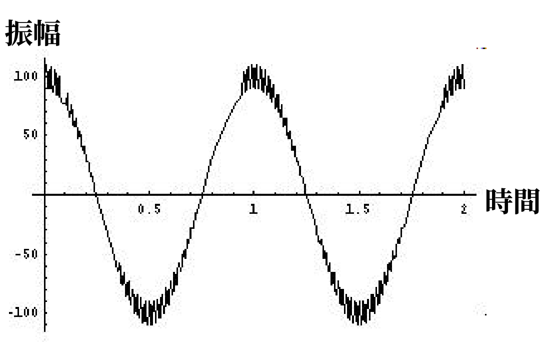


図５　ポールトラップでの粒子の運動



【実験概要】

ポールトラップにおける 2 次元でのポテンシャルの形を発泡スチロール（１５０㎜×１５０㎜×１２０㎜）を用いて作製し、集積駆動回路内蔵モーターを用い、１秒間に４回転させた。図６は電圧によるモーターの回転数の変化である。

モデルを回転させている状態で発泡スチロールの小球（半径:２５㎜、質量：８００㎎）を入れ、トラップ出来ることを確認した。図７、８は力学模型の曲線である。

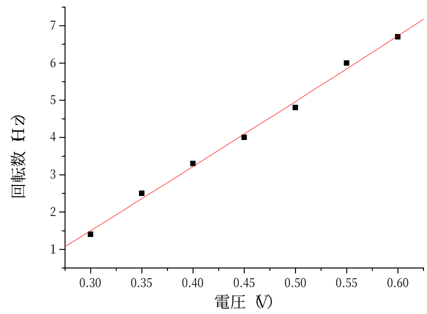


図６　モータの回転数と電圧

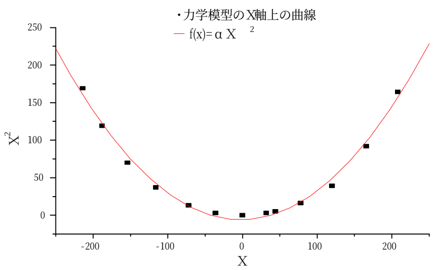


図７　X 軸の曲線

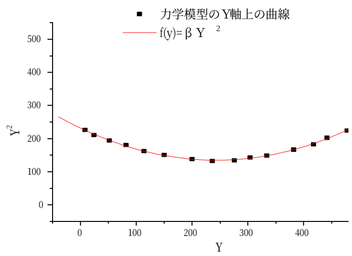


図８　Y 軸の曲線

【実験結果】

・模型が、１秒間に 3.5〜5.5 回転しているときで、発泡スチロールの小球（半径:２５㎜、質量：８００㎎）を使用した場合に安定した運動をした。

・模型が、上記の回転数以外の時や、小球の大きさや材質が異なる時には、球が安定した運動をせず、模型から飛び出してしまった。」

【まとめ】

- 鞍型力学モデルを回転させた時の球の運動と、ポールトラップでの粒子の運動は近似的に同じ運動方程式で記述できる。
- 模型の形を測定したところ、ポテンシャルの形とほぼ等しい事が解り、実際に模型を回転させて球を入れ、トラップすることが出来た。
- 本研究では、視覚では確認することが出来ないポテンシャルの形を発泡スチロールを用いて確認出来るようにし、その結果、粒子がどのような力を受けてトラップされているかが理解しやすくなった。

【展望】

- 実際に、力学モデルでの球の運動がどのような運動をしているのか、球にマークを付けて CCD で撮影し、その運動を解析して方程式から求められた運動と等しいかを確認する。